

## P0.2 Einführungspraktikum: Fadenpendel-Versuch

Tamino Wettengel 

26. Juni 2022

## 0.1 Abstract

Der hier bearbeitete Modellversuch zur experimentellen Bestimmung einer Naturkonstante ist in vielerlei Hinsicht ein Musterbeispiel für ein solches Experiment. Verschiedene Konzepte zu Versuchsaufbau, Nutzung mathematischer Modelle, Beschreibung von Näherungen und statistische Auswertung von Messdaten mussten angewendet werden, um auf ein angemessenes Ergebnis zu kommen.

Es wurde dabei das Verhalten eines mit einfachen Mitteln konstruierten Fadenpendels untersucht, indem die Periodendauer gemessen wurde. Verschiedene Parameter des Aufbaus wurden dabei verändert, um Erkenntnisse über die Grenzen und Möglichkeiten des zur Beschreibung verwendeten Modells bzw. auch des Versuchsaufbaus zu gewinnen. Schlussendlich wurde die Erdbeschleunigung bestimmt und mit statistischen Methoden ein exaktes Messergebnis formuliert:

$$g = (9,58 \pm 0.09) \text{ m s}^{-2} \quad (1)$$

Am Ende der Arbeit stand ein repräsentatives Messergebnis der zu bestimmenden Naturkonstante. Das Ziel der Arbeit bestand jedoch nicht nur im endgültigen Messergebnis der Erdbeschleunigung, die jedem Lesenden und auch dem Experimentator sowieso bekannt bzw. abrufbar sein sollte, sondern auch und vor allem im Erkenntnisgewinn über die Anwendung mathematischer und physikalischer Modelle, den Aufbau und die Auswertung von Versuchen. Ich habe während der Durchführung dieses Versuches wichtige Aufschlüsse über die genannten Themen gewonnen.

# Inhaltsverzeichnis

- 0.1 Abstract . . . . . 1
- 1 Protokoll . . . . . 3**
- 1.1 Einführung . . . . . 3
- 1.2 Theorie . . . . . 3
- 1.3 Umsetzung des Experiments . . . . . 4
- 1.4 Durchführung und Auswertung . . . . . 6
  - 1.4.1 Versuchsteil 1 . . . . . 6
  - 1.4.2 Versuchsteil 2 . . . . . 8
  - 1.4.3 Versuchsteil 3 . . . . . 9
  - 1.4.4 Versuchsteil 4 . . . . . 11
- 1.5 Fazit . . . . . 12
- 1.6 Anhang . . . . . 12

# Kapitel 1

## Protokoll

### 1.1 Einführung

Der harmonische Oszillator ist ein in der Physik allgegenwärtiges Modell, welches zur Beschreibung verschiedenster Phänomene verwendet werden kann. So finden sich Beispiele in der klassischen Mechanik, der Elektrodynamik und sogar der Quantenmechanik. Um eine harmonische Oszillation zu beschreiben, braucht es nur zwei Parameter (Frequenz und Dämpfung) - somit liefert das Modell auf relativ einfache Weise analytische Ergebnisse, wenn es sich auf ein Problem anwenden lässt.

Auch wenn es sich bei dem zu analysierenden Problem nicht um einen idealen harmonischen Oszillator handelt, so kann man bestimmte Einschränkungen machen, damit das Modell Gültigkeit besitzt. Auch in diesem Versuch wird der Aufbau so angepasst, dass sich das gewählte Modell, das mathematische Pendel, wie eine harmonische Schwingung verhält. Gezeigt wird dadurch, wie es dem Physiker möglich ist, eine physikalische Situation durch einfachere Modelle zu beschreiben und exakte Ergebnisse zu erhalten, solange er sich seiner Näherungen genau bewusst ist und sie in die Analyse miteinfließen lässt.

Ziel des Versuches ist es, einen Wert für die Erdbeschleunigung  $g$  zu bestimmen. Sie ist durch die Allgegenwärtigkeit des Gravitationsfeldes der Erde einfacher zu bestimmen als andere Naturkonstanten und eignet sich somit für einen Modellversuch gut. Der Versuchsaufbau ist daher außerdem leicht nachvollziehbar und überall reproduzierbar.

### 1.2 Theorie

Der Versuchsaufbau des Fadenpendels wird hier als ein mathematisches Pendel mit einer punktförmigen Masse und ohne Luftwiderstand idealisiert. Zusätzlich wird zur Vereinfachung der Berechnungen eine Kleinwinkelnäherung verwendet. Es gelten in diesem idealisierten Modell folgende Beziehungen:

Die Tangentialkomponente der Gravitationskraft führt zu einer Beschleunigung des Pendelkörpers entlang der Bahnkurve. Sie lässt sich durch den Auslenkwinkel  $\varphi$  ausdrücken. Daraus geht folgende Bewegungsgleichung hervor:

$$l \cdot \frac{d^2\varphi}{dt^2} + g \cdot \sin \varphi = 0 \quad (1.1)$$

Mit der Kleinwinkelnäherung  $\sin \varphi \approx \varphi$  folgt die Normalform einer Differentialgleichung:

$$\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\varphi = 0 \quad (1.2)$$

Es handelt sich hier um eine Schwingungsgleichung, daher folgt:

$$\omega^2 = \frac{g}{l} \quad (1.3)$$

Damit lässt sich die Periodendauer berechnen:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1.4)$$

Gleichung (1.4) ist der Zusammenhang, aus dem in diesem Experiment letztendlich die Erdbeschleunigung  $g$  bestimmt werden soll.

Gültigkeit besitzt dieses mathematische Modell grundsätzlich nur für im Verhältnis zur Pendellänge geringen Auslenkungen des Pendels, um im quasilinearen Bereich der Sinuskurve zu bleiben. Es wird von einer konstanten Erdbeschleunigung und Pendellänge ausgegangen. Zusätzlich muss in der Auswertung unbedingt angemessen auf den durch die Vernachlässigung des Luftwiderstandes und des Volumens des Pendelkörpers entstehenden Fehler eingegangen werden.

### 1.3 Umsetzung des Experiments

Als Pendelkörper wird ein speziell als solcher angefertigter, gewehrkegelförmiger Metallkörper (bestehend aus Messing und Eisen) verwendet. Trotz der leicht komplizierten, jedoch regelmäßigen, symmetrischen und mathematisch beschreibbaren Form eignet sich dieser Körper sehr gut für diesen Zweck, weil er sich aufschrauben und an einem Seil befestigen lässt, ohne eine unregelmäßig geformte Aufhängung mit eigener Masse zu benötigen. Befestigt ist er so an einer dünnen Nylonschnur mit geringer Eigenmasse, die Pendellängen von bis zu  $l = 2\text{m}$  ermöglicht und nicht durch die Masse ausgedehnt wird.

Beim unteren Durchgangspunkt des Pendels ist die Reflexionslichtschranke [3] mithilfe einer Platinenhalterung/Dritten Hand aufgebaut, sowie die Reflexionsfolie auf der gegenüberliegenden Seite. Die Lichtschranke gibt im Ausgang  $\bar{Q}$  eine konstante Spannung von 24V, es sei denn, der Lichtstrahl wird unterbrochen. Der Ausgang ist über einem Spannungsteiler mit einem Logikprozessor [3] verbunden, der jeweils die verstrichene Prozessorzeit zwischen einem und dem übernächsten Durchgang misst und an einen PC ausgibt. Die Prozessorzeit wird auf 1ms genau angegeben. Weitere Messunsicherheiten der Anordnung liegen unter diesem Wert (Abtastrate, Einzelschuss-Ungenauigkeit).

Die Schnur wird an einer Klimmzugstange befestigt, welche mitten im Raum an der Decke hängt und somit in alle Richtungen den nötigen Freiraum gewährt. Dabei wird außerdem die obere Seite mit Klebeband befestigt, um die Pendellänge konstant zu halten.

Für die Messung der Periodendauer in Versuchsteil 1 wird zur besseren Veranschaulichung der Ergebnisse, und weil die Lichtschranke sich nicht zur Messung am Amplitudenpunkt eignet, die digitale Stoppuhr eines Smartphones (Auflösung 0,01s, Statistische Unsicherheit  $\pm 0,01\text{s}$ ) verwendet, welche zwar nicht exakt misst, aber in ihrer Ungenauigkeit um Größenordnungen kleiner ist als die Reaktionsgeschwindigkeit desjenigen, der sie bedient.

Für Versuchsteil 2 und 3 wird zur Zeitmessung die Lichtschranke verwendet. Außerdem muss die Amplitude  $\varphi_0$  gemessen werden, welche sich aus der maximalen lateralen Auslenkung des Pendels berechnen lässt. Das Pendel wird dann also bei gewissen lateralen Auslenkungen losgelassen. Gemessen wird die Auslenkung mit einem Zollstock (Auflösung 0,001m, Statistische Unsicherheit  $\pm 0,001\text{m}$ , EG-Genauigkeitsklasse III), welcher auf dem Boden liegt.

In Versuchsteil 3 muss die Fadenlänge gemessen und verändert werden. Gemessen wird dies mit einem Zollstock (Auflösung 0,001m, Statistische Unsicherheit  $\pm 0,001\text{m}$ , EG-Genauigkeitsklasse III) und der Faden wird dementsprechend an einer anderen Stelle oben befestigt.

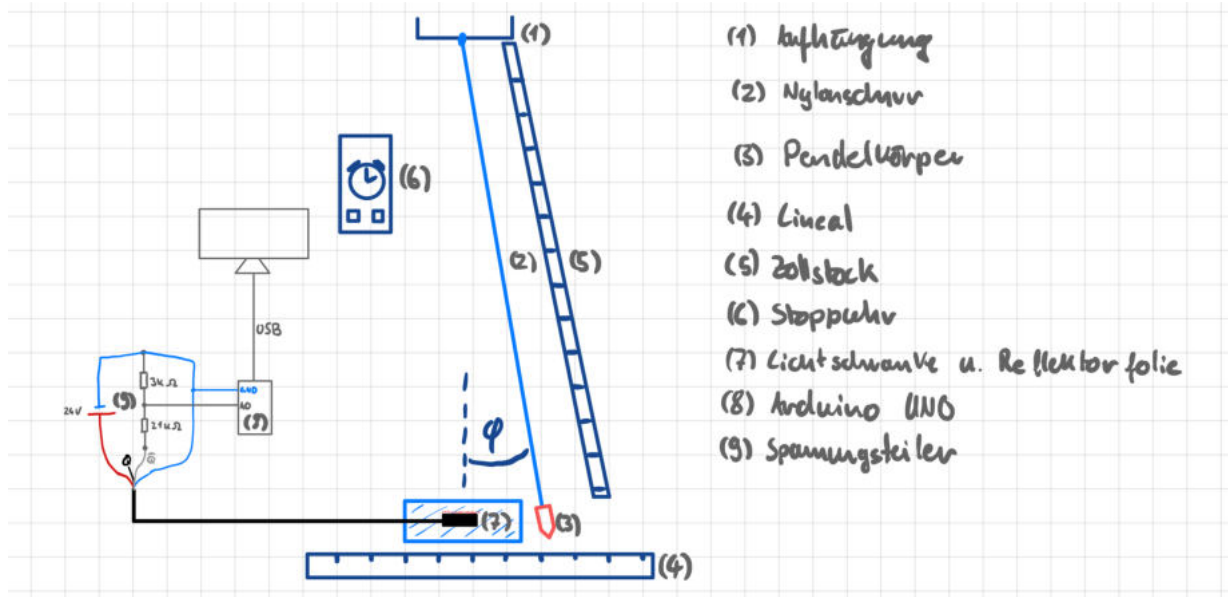


Abb. 1: Skizze des Versuchsaufbaus mit allen verwendeten Utensilien

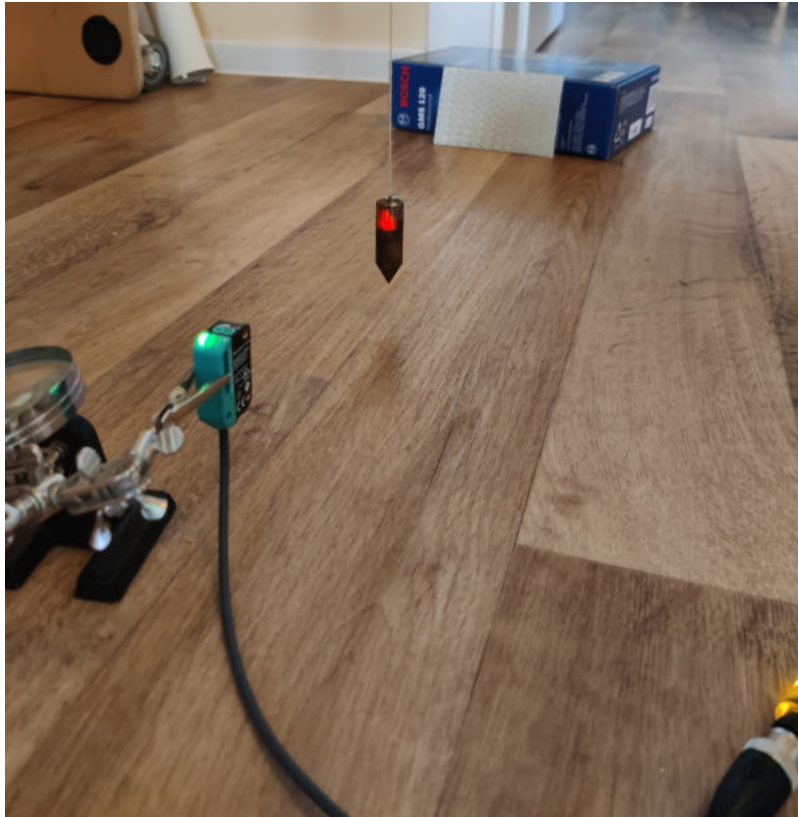


Abb. 2: Foto des Versuchsaufbaus, unterer Teil mit dem Pendelkörper

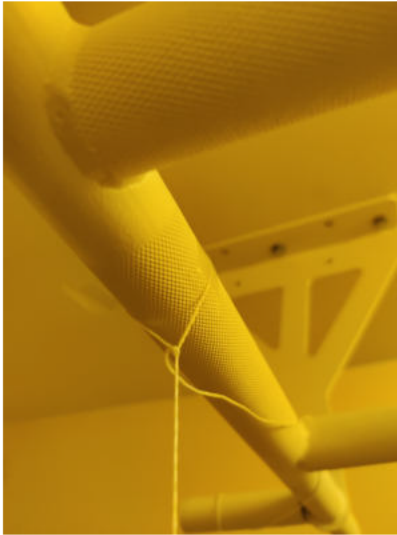


Abb. 3: Foto des Versuchsaufbaus, oberer Teil mit der Aufhängung

## 1.4 Durchführung und Auswertung

### 1.4.1 Versuchsteil 1

Im Versuchsteil 1 wird zunächst bei gleicher Fadenzlänge (228,0cm) und gleichem ursprünglichem Auslenkwinkel die Periodendauer gemessen. Nur der Messpunkt wird variiert. Zuerst wurde zehnmal die einzelne Periodendauer gemessen.

Messung	$T(\text{s})$ bei $\varphi = 0$	$T(\text{s})$ bei $\varphi = \varphi_0$
1	2,95	3,05
2	2,95	3,02
3	2,96	2,79
4	2,99	3,25
5	3,06	2,83
6	2,96	3,10
7	3,04	2,87
8	3,04	3,01
9	2,96	2,97
10	2,99	3,10

Für die Auswertung der Messdaten werden folgende Formeln verwendet:

Formel 4.1: Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Formel 4.2: Empirische Standardabweichung

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Formel 4.3: Vertrauensbereich

$$\bar{s} = \pm t \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$t$  ist hier der Studentsche Faktor. Für eine Messung mit einem Stichprobenumfang von  $n = 10$  verwende ich  $t = 1,06$ .

Tab. 2: Periodendauer  $T$ 

	$T(\text{s})$ bei $\varphi = 0$	$T(\text{s})$ bei $\varphi = \varphi_0$
Mittelwert	2,990	2,999
Standardabweichung	0,04190	0,13996
Vertrauensbereich	$\pm 0,014045$	$\pm 0,046915$

Es besteht ein offensichtlicher Unterschied zwischen der Zeitmessung am Nullpunkt und am Punkt der maximalen Auslenkung. Dies hängt damit zusammen, dass die Messung per Auge erfolgt. Für die Messperson ist es deutlich einfacher, den immer gleich bleibenden Nullpunkt zu erkennen, da dieser auch vor dem Pendeln klar markiert werden kann. Der Amplitudenpunkt verschiebt sich hingegen stetig und es ist schwieriger zu erkennen, wann genau der Körper anhält und sich in die andere Richtung zurückbewegt.

Danach wurde die Zeit von 10 Periodendauern gemessen und daraufhin durch 10 geteilt:

Tab. 3: Dauer von  $10T$ 

	$10T(\text{s})$ bei $\varphi = 0$	$T(\text{s})$ bei $\varphi = 0$	$10T(\text{s})$ bei $\varphi = \varphi_0$	$T(\text{s})$ bei $\varphi = \varphi_0$
Messung 1	29,90	2,990	29,93	2,993
2	29,92	2,992	29,85	2,985
3	29,99	2,999	29,95	2,995
4	29,93	2,993	30,07	3,007
5	29,94	2,994	30,22	3,022
6	29,88	2,988	30,11	3,011
7	29,95	2,995	29,93	2,993
8	29,91	2,991	29,97	2,997
9	29,89	2,989	29,95	2,995
10	29,81	2,981	29,94	2,994
Mittelwert		2,9912		2,9992
Standardabweichung		0,0048028		0,01088
Vertrauensbereich		$\pm 0,00161$		$\pm 0,00365$

Die Standardabweichung ist hier um eine Größenordnung geringer. Dadurch, dass weniger Messungen stattfinden, bei denen das Messverfahren Ungenauigkeit in die Messung bringt, sondern stattdessen durch eine Messung normiert wird, bleibt die Messunsicherheit deutlich geringer. Es entsteht zwar durch die Messung jedesmal ein Fehler, dieser ist jedoch nicht als systematischer Fehler zu betrachten bzw. nicht als solcher quantifizierbar, da bei diesem Messverfahren ein konstanter systematischer Fehler dadurch, dass Differenzen der Messwerte genommen werden, wegfallen würde. Ich halte die Messung von 10 Periodendauern am Nulldurchgangspunkt für am sinnvollsten.

Die Vollständigen Messergebnisse (unter ausschließlicher Betrachtung statistischer Fehler) lauten somit:

Tab. 4: Messergebnisse

Art der Unsicherheit	$T$ bei $\varphi = 0$	$T$ bei $\varphi = \varphi_0$
Absolut	$T = 2,9912 \pm 0,0048s$	$T = 2,9992 \pm 0,0109s$
Relativ	$2,9912s \pm 0,1605\%$	$2,9992 \pm 0,3634\%$

Im weiteren Versuchsverlauf wird jedoch die Lichtschranke verwendet, die deutlich genauer misst. Der sin-



nvollste Messvorgang ist hier die Einzelmessung und Mittelwertbildung, da die Messung von 10 Perioden keinen statistischen Vorteil bietet. Am Nulldurchgang gemessen liefert sie folgende Werte:

	$T(\text{s})$ bei $\varphi = 0$
1	2,995
2	2,994
3	2,995
4	2,995
5	2,995
6	2,994
7	2,995
8	2,995
9	2,995
10	2,995
Mittelwert	2,9948
Standardabweichung	0,0004216
Vertrauensbereich	$\pm 0,0001413$

Das vollständige Messergebnis ist  $T = 2,9948 \pm 0,0004216\text{s}$ .

### 1.4.2 Versuchsteil 2

In Versuchsteil 2 soll die Gültigkeit der Kleinwinkelnäherung näher untersucht werden, in dem die Periodendauer für verschiedene ursprüngliche Auslenkwinkel gemessen wird.

Wenn man beliebige Winkel betrachtet, erhält man bei durch Lösen von der aus Gleichung (1.1) folgenden Differentialgleichung folgenden Zusammenhang [1]:

$$\frac{T_\varphi}{T_{KW}} = 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}\right)^2 \cdot \sin^4\left(\frac{\varphi_0}{2}\right) + \dots \quad (1.5)$$

Es kann hier wieder eine Näherung gemacht werden.  $5^\circ$  kann als ein hinreichend kleiner Winkel angenommen werden, damit die Kleinwinkelnäherung gilt, denn:

$$\sin\left(\frac{2\pi}{360} \cdot 5\right) = \sin(0,0872665) = 0,0872 \quad (1.6)$$

Somit kann  $T_{KW} = T_{5^\circ}$  gesetzt werden.

Weil aufgrund der recht hohen hier verwendeten Pendellänge (228cm) die Geschwindigkeiten bei hohen Winkelauslenkungen ziemlich hoch liegen, macht sich der geschwindigkeitsabhängige Luftwiderstand durch eine deutliche Verlangsamung bei jeder Periode bemerkbar. Daher wurde hier zusätzlich zum Mittelwert von 10 Perioden dieselbe Rechnung mit dem Maximalwert der Periodendauer  $T_{\max}$  (dem der ersten Periode nach Loslassen) durchgeführt.

$\varphi_0(^{\circ})$	$\Delta\varphi_0(^{\circ})$	$\bar{T}(\text{s})$ bei $\varphi = 0$	$T_{\max}(\text{s})$ bei $\varphi = 0$	$\bar{T}/T_{5^\circ}$	$T_{\max}/T_{5^\circ}$
5	0,5	2,9957	2,997	1	/
10	0,5	3,0016	3,003	1,002	1,002
15	0,5	3,0071	3,009	1,00381	1,004
20	1,0	3,0143	3,019	1,00621	1,00734
30	1,0	3,0331	3,046	1,01248	1,01635
45	1,0	3,0976	3,116	1,03402	1,03971

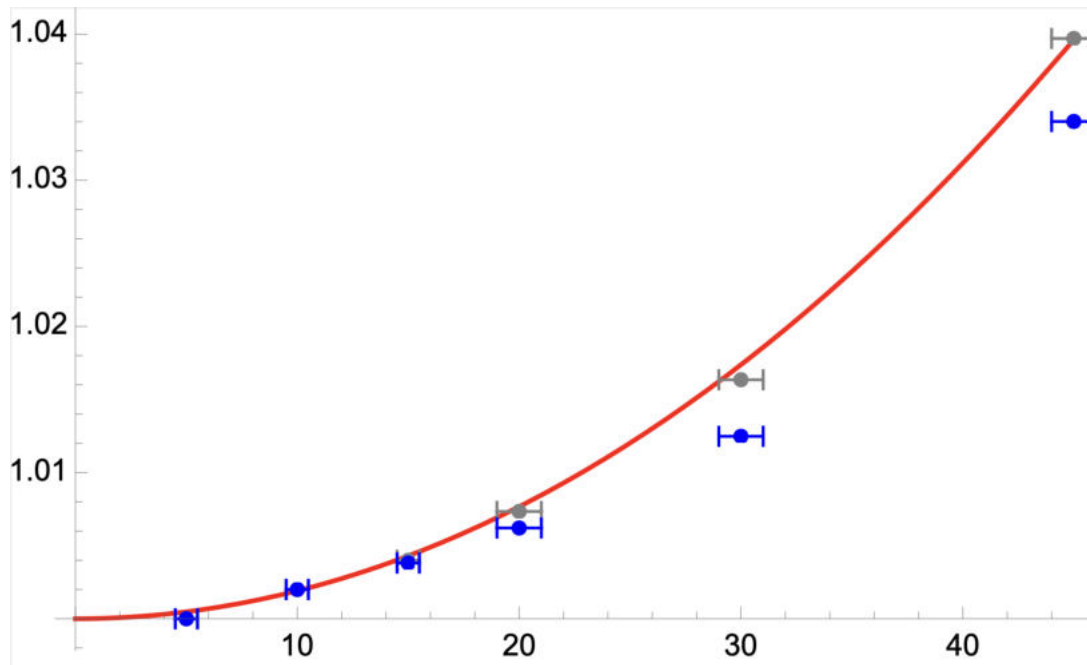


Abb. 4: Gemessene Quotienten  $\bar{T}/T_{5^\circ}$  (blau) und  $T_{\max}/T_{5^\circ}$  (grau) in Abhängigkeit vom Winkel  $\varphi_0(^{\circ})$ , mit theoretischer Funktion (Gl. (1.5); rot).

Um sinnvoll messen zu können, muss der Körper mindestens  $5^\circ$  ausgelenkt werden. Bei einer Auslenkung von  $10^\circ$  ist die durch die Kleinwinkelnäherung entstehende Abweichung nur noch bis auf zwei Nachkommastellen gleich 0, im Sinne der angegebenen Größenordnung der Messergebnisse ist es also auch nur bis zu einer Auslenkung von  $5^\circ$  vertretbar, die Kleinwinkelnäherung zu verwenden.

### 1.4.3 Versuchsteil 3

In diesem Versuchsteil wird mit variabler Fadenlänge bei gleichem Auslenkwinkel  $\varphi_0$  gemessen. Folgende Werte sind hier angegeben: Die gemessene Fadenlänge  $l_i$  und deren Unsicherheit  $\Delta l_i$  gemäß EG-Genauigkeitsklasse, die geschätzte zusätzliche Länge bis zum vermuteten Schwerpunkt des Pendels  $l_{0,\text{schätz}}$ , deren ebenso geschätzte Unsicherheit  $\Delta l_{0,\text{schätz}}$ , sowie die abgeschätzte, durch mögliche Bewegung des Seils an der oberen Aufhängung entstehende zusätzliche Länge des Pendels  $l_{A,\text{schätz}}$  mit zugehöriger, geschätzter Unsicherheit  $\Delta l_{A,\text{schätz}}$ .

Tab. 7: Periodendauer  $T$  und Längenunsicherheiten in Abhängigkeit von der Fadenlänge  $l_i$

$l_i$ (cm)	$\Delta l_i$ (cm) EG	$l_{0,\text{schätz}}$	$\Delta l_{0,\text{schätz}}$	$l_{A,\text{schätz}}$	$\Delta l_{A,\text{schätz}}$	$\bar{T}_1$	$\bar{T}_2$	$l_{i,\text{ges}}$	$\Delta l_{i,\text{ges}}$	$\bar{T}_i$	$\Delta T_{i,z}$
110	0,104	1,5	0,5	0,3	0,1	2,139	2,138	111,8	0,704	2,1385	0,0005
120	0,108	1,5	0,5	0,3	0,1	2,233	2,232	121,8	0,708	2,2325	0,0005
130	0,112	1,5	0,5	0,3	0,1	2,318	2,317	131,8	0,712	2,3175	0,0005
140	0,116	1,5	0,5	0,3	0,1	2,405	2,404	141,8	0,716	2,4045	0,0005
150	0,120	1,5	0,5	0,3	0,1	2,486	2,485	151,8	0,720	2,4855	0,0005
160	0,124	1,5	0,5	0,3	0,1	2,567	2,568	161,8	0,724	2,5675	0,0005
170	0,128	1,5	0,5	0,3	0,1	2,645	2,644	171,8	0,728	2,6445	0,0005
180	0,132	1,5	0,5	0,3	0,1	2,720	2,719	181,8	0,732	2,7195	0,0005
190	0,136	1,5	0,5	0,3	0,1	2,788	2,788	191,8	0,736	2,788	0,0005
200	0,14	1,5	0,5	0,3	0,1	2,873	2,872	201,8	0,74	2,8725	0,0005

Gemäß der gaußschen Fehlerfortpflanzung errechnen sich folgende Gesamtunsicherheiten:

$$\Delta T_{i,\text{Länge}} = \sqrt{\left(\frac{\partial T}{\partial l} \Delta l_{i,\text{ges}}\right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial g} \Delta g\right)^2} \tag{1.7}$$

$$= \sqrt{\left(\frac{\pi}{l} \sqrt{\frac{l}{g}} \Delta l_{i,\text{ges}}\right)^2 + \left(\frac{\pi}{g} \sqrt{\frac{l}{g}} \Delta g\right)^2} \tag{1.8}$$

Für  $g$  wird vorläufig  $9,81 \text{ m s}^{-2}$  angenommen mit  $\Delta g = 0,01 \text{ m s}^{-2}$ . Bei exaktem Vorgehen müsste hier ein vorläufig berechneter Wert iterativ eingesetzt und so die Unsicherheit bestimmt werden. In diesem Fall kann der bekannte Erwartungswert [4] mit großzügiger Unsicherheit verwendet werden, da es hauptsächlich um die Auswirkung der Längenunsicherheiten auf das Ergebnis geht.

Tab. 8: Unsicherheit der Periodendauer abhängig von der Länge			
$l_i$ (cm)	$\Delta T_{i,\text{Länge}}$	$\Delta T_i$ Pythagoreisch	$\Delta T_i$ Betragsmäßig
110	0,059	0,059	0,0595
120	0,052	0,052	0,0525
130	0,046	0,046	0,0465
140	0,042	0,042	0,0425
150	0,038	0,038	0,0385
160	0,035	0,035	0,0355
170	0,032	0,032	0,0325
180	0,029	0,029	0,0295
190	0,027	0,027	0,0275
200	0,025	0,025	0,0255

Die dominante Unsicherheit von  $T$  ist definitiv die, die durch die Längenmessung entsteht, da die Zeitmessung, wie zu erwarten, deutlich genauer ist. Auch bei der betragsmäßigen Addition macht die statistische (Zeitmessung) Unsicherheit nur einen Anteil im sub-millisekündigen Bereich aus.

Gleichung (1.4) kann man linearisieren, um die Erdbeschleunigung als Steigung einer Geraden zu beschreiben:

$$y = T^2 = \frac{4\pi^2}{g} \cdot l \quad (1.9)$$

$$\Delta y_i = 2T_i \cdot \Delta T_i \quad (1.10)$$

Es errechnet sich folgender Fitparameter:

$$m = (4,12 \pm 0,04) \text{ m s}^{-2} \quad (1.11)$$

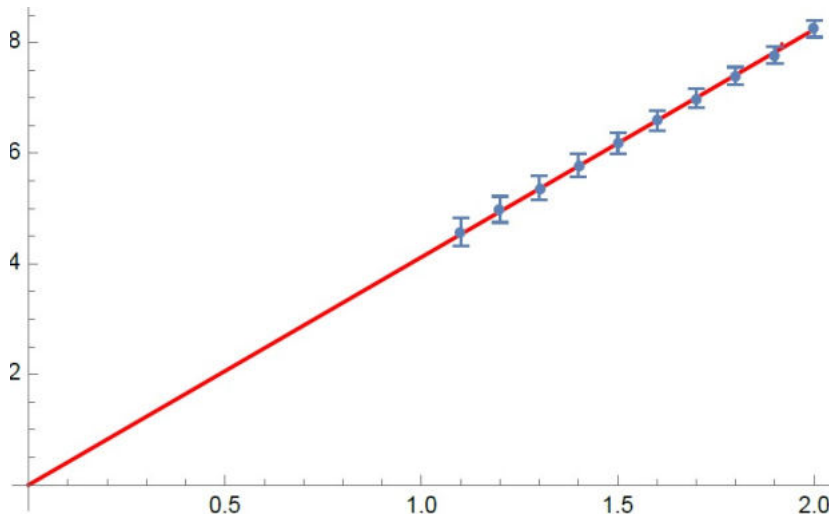


Abb. 5: Linearisierte Periodendauer  $y = T_i^2$  ( $\text{s}^2$ ) in Abhängigkeit von  $l_i$  ( $\text{m}$ ) mit gefitteter Ursprungsgerade (rot)

Aus der Steigung lässt sich nun wie folgt die Erdbeschleunigung berechnen:

$$g = \frac{4\pi^2}{m} = 9,5821 \text{ m s}^{-2} \quad (1.12)$$

$$\Delta g = \left| \frac{\partial g}{\partial m} \cdot \Delta m \right| = 0,093 \text{ m s}^{-2} \quad (1.13)$$

Es sind vermutlich Unzulänglichkeiten in der Längenmessung oder der Luftwiderstand, die zu diesem von der Erwartung abweichenden Ergebnis führen.

#### 1.4.4 Versuchsteil 4

In diesem Versuchsteil sollen die bisherigen Ergebnisse durch eine bessere Auswertung optimiert werden. Dazu wird in die benutzte Fadenlänge die geschätzte Lage des Schwerpunktes mit zugehöriger Unsicherheit miteinbezogen.

Die Unsicherheiten werden wie oben (gem. Formel (1.8)) berechnet.

Es errechnen sich nach einem linearen Fit mit einem Tabellenkalkulationsprogramm folgende Fitparameter, der Anstieg  $m$  und der Y-Achsenabschnitt  $n$ :

$$m = (4.05 \pm 0.22) \text{ m s}^{-2} \qquad n = (0,1 \pm 0,4) \text{ s}^2 \qquad (1.14)$$

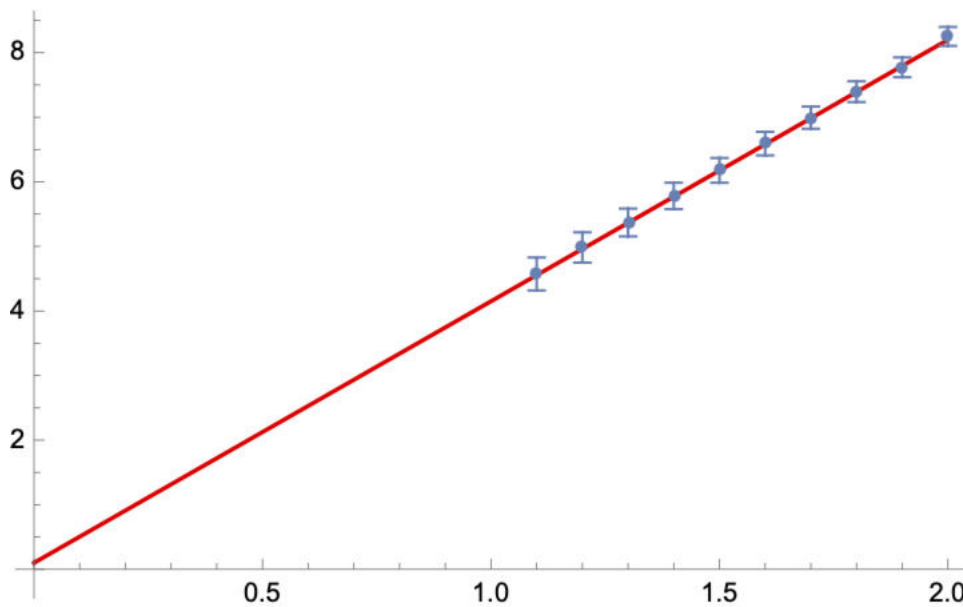


Abb. 6: Linearisierte Periodendauer  $y = T_i^2(\text{s}^2)$  in Abhängigkeit von  $l_i(\text{m})$  mit gefitteter Gerade (Achsenabschnitt  $n$  und Steigung  $m$ ) (rot)

Aus der Steigung lässt sich wieder wie folgt die Erdbeschleunigung berechnen:

$$g = \frac{4\pi^2}{m} = 9,7478 \text{ m s}^{-2} \qquad (1.15)$$

$$\Delta g = \left| \frac{\partial g}{\partial m} \cdot \Delta m \right| = 0,5295 \text{ m s}^{-2} \qquad (1.16)$$

Durch die Einführung des Achsenabschnitts wurde zwar der Steigungsparameter genauer angepasst, sodass das Ergebnis eher dem Erwartungswert entspricht, jedoch ist auch die Unsicherheit deutlich größer geworden.

Es kann mit dem Wert für  $g$  und Gleichung (1.9) auch jeweils die korrigierte Länge berechnet werden. Beispielhaft zeigt sich für den ersten Wert:

$$l_{1,\text{neu}} = 1,1919 \text{ m} = 1,017 \cdot l_1 \qquad (1.17)$$

Dieser Wert lässt sich mit der hier großen Unsicherheit von  $g$  erklären. Rechnet man zusätzlich noch eine Unsicherheit  $\Delta l_{1,\text{neu}}$  aus, liegt der vermutete Wert in diesem Bereich. Diese Methode der Längenkorrektur ist deutlich ungenauer als die ursprüngliche Schätzung und wird deshalb hier nicht weiter verwendet.

Um dieses Ergebnis noch zu verbessern, müssten weitere Faktoren berücksichtigt werden: Die Luftreibung des Körpers und auch des Seils, welche die Schwingung und damit die Periodendauer gemäß

$$\frac{T_A}{T} = \sqrt{\frac{\rho_K}{\rho_K - \rho_L}} = 1,08312 \quad (1.18)$$

dämpft [2]. Dieses Korrekturverhältnis ist höher als das durch die Kleinwinkelnäherung bei großen Winkeln entstehende Verhältnis (Abschnitt 1.4.2). Damit lässt sich auch der im Vergleich zur Erwartung niedrige Wert für  $g$  erklären.

Außerdem kann man die Reibung des Seils an der Befestigung und auch die mögliche Dehnung des Seils durch die Pendelmasse betrachten und quantifizieren, die verwendeten Materialien und die zusätzliche Befestigung an der Aufhängung machen diese jedoch im Sinne der betrachteten Größenordnungen vernachlässigbar klein. Weitere Anpassungen in der Auswertung würden über die am Anfang vorausgesetzten Modelle hinausgehen und damit den absichtlich gewählten Rahmen dieses Versuchs sprengen.

Obwohl der zweite Wert genauer den erwarteten Wert trifft, betrachte ich den in Abschnitt 1.4.3 berechneten Wert für die Erdbeschleunigung als mein Ergebnis, weil er deutlich exakter ist. Damit lautet das Endergebnis für  $g$ :

$$g = (9,58 \pm 0.09) \text{ m s}^{-2} \quad (1.19)$$

## 1.5 Fazit

Das Endergebnis ist zwar in keiner Weise bahnbrechend oder unerwartet im Sinne von Erkenntnisgewinn, vielmehr ist es ein Erfolg, dass der letztendliche Wert dem zu erwartenden Wert im Sinne der zu erwartenden Genauigkeit entspricht. Daraus lässt sich auch schließen, dass die angewendeten Methoden dem Problem entsprachen und richtig verwendet wurden. Insgesamt betrachte ich diesen Versuch als erfolgreich.

## 1.6 Anhang

- 1 Kohlberger, Dr. D. - F3 Fadenpendel als Heimversuch - Auf [moodle.hu-berlin.de](https://moodle.hu-berlin.de) online verfügbar
- 2 Pepperl+Fuchs Reflexionslichtschranke PN 267075-100002
- 3 Arduino Uno Rev3
- 4 Physikalisch-Technische Bundesanstalt - online verfügbar unter <https://www.ptb.de/cms/ptb/fachabteilungen/abt1/fb-11/fb-11-sis/g-extractor.html>