

Lineare Gleichungssysteme

eindeutige Lsg.

$$\begin{array}{l}
 \text{I. } 2x - 4y = 2 \\
 \text{II. } x + y = 4 \quad | -y \\
 \text{II}' \quad x = 4 - y
 \end{array}
 \rightarrow \text{II}' \text{ in I. } \begin{array}{l}
 2(4-y) - 4y = 2 \\
 8 - 2y - 4y = 2 \quad | -8 \\
 -6y = -6 \quad | : -6 \\
 y = 1 \stackrel{\text{II}'}{\Rightarrow} x = 4 - 1 = \underline{\underline{3}}
 \end{array}$$

unendliche Lsg.

Arten von LGS

1. keine Lösung
2. eindeutige Lösung
3. unendliche Lösungen

Hinweis: LGS haben nur dann eine eindeutige Lsg. wenn gilt:
 $N_{\text{Unbekannten}} \leq N_{\text{Gleichungen}}$

$$\begin{array}{l}
 \text{I. } 3x - 9y = 3 \quad | : 3 \\
 x = 1 - 3y \Rightarrow \text{LM} = \{ x, y \in \mathbb{R} \mid x = 1 - 3y \}
 \end{array}$$

keine Lsg.

$$\begin{array}{l}
 \text{I. } \frac{1}{x+y} = 8 \\
 \text{II. } x+y = 0 \quad | -y \\
 \text{II}' \quad x = -y
 \end{array}
 \rightarrow \begin{array}{l}
 \text{I}' \quad \frac{1}{-y+y} = 8 \\
 \text{m.D.} = \frac{1}{0} \neq 8
 \end{array}$$

Additionsverfahren

$$\begin{array}{l}
 \text{I. } 10x - 4y = 6 \\
 \text{II. } 2x - y = 2
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{I.} \\ \text{II.} \end{array}} \right\} \boxed{\text{I.} - 5 \cdot \text{II.}} \quad \begin{array}{l}
 \text{II}' \quad 2x + 4 = 2 \quad | -4 \\
 2x = -2 \quad | : 2 \\
 x = -1
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{I.} - 5 \cdot \text{II.} \quad (10x) - 5 \cdot (2x) - 4y - 5(-y) = 6 - 5 \cdot 2 \\
 5y - 4y = -4 = y
 \end{array}$$

Lösungsverfahren

1. Additionsverfahren
2. Substitutionsverfahren
3. Gleichsetzungsverfahren

Substitutionsverfahren

$$\begin{array}{l}
 \text{I. } 10x - 4y = 6 \\
 \text{II. } 2x - y = 2 \quad | +y \quad | -2 \\
 \text{II}' \quad \boxed{2x - 2 = y}
 \end{array}
 \xrightarrow{\text{II}' \text{ in I.}} \begin{array}{l}
 \text{I}' \quad 10x - 4(2x - 2) = 6 \\
 10x - 8x + 8 = 6 \quad | -8 \\
 2x = -2 \quad | : 2 \\
 x = -1 \quad \text{II}' \Rightarrow 2 \cdot (-1) - 2 = \underline{\underline{-4 = y}}
 \end{array}$$

Gleichsetzungsverfahren

$$\begin{array}{l}
 \text{I. } 10x - 4y = 6 \\
 \text{II. } 2x - y = 2
 \end{array}
 \Leftrightarrow \begin{array}{l}
 \text{I}' \quad \boxed{10x - 6 = 4y} \\
 2x - 2 = y \quad | \cdot 4 \quad | \text{I.} = 4 \cdot \text{II}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 4 \cdot \text{II}' \quad \boxed{8x - 8 = 4y} \Rightarrow \boxed{10x - 6 = 8x - 8} \quad | -8x + 6 \quad \text{I}' = \text{II}' \\
 10x - 8x = -8 + 6 \\
 2x = -2 \quad | : 2 \Rightarrow \underline{\underline{x = -1}}
 \end{array}$$

$$2 \cdot (-1) - 2 = y = \underline{\underline{-4}}$$