

Kurvendiskussion

$$f(x) = x^3 - 3x - 2$$

1. Definitions- und Wertebereich

$$D_f = \{x \in \mathbb{R}\} = (-\infty, \infty)$$

$$W_f = \{f(x) \in \mathbb{R}\} = [-\infty, \infty)$$

2. Symmetrien

-> Achsensymmetrie und Punktsymmetrie $x^3 - 3x - 2 = -((-x)^3 - 3(-x) - 2)$

$$f(x) = f(-x) \quad f(x) = -f(-x) = -(-x)^3 + 3(-x) + 2$$

$$= x^3 - 3x + 2$$

keine Punktsymmetrie

3. Nullstellen und Schnittpunkte

$$SP_y (0 | f(0))$$

$$SP_x (x_i | f(x_i) = 0)$$

$$f(0) = 0^3 - 3 \cdot 0 - 2 = -2$$

$$\hookrightarrow SP_y (0 | -2)$$

$$f(x_i) = 0 \Leftrightarrow x_i^3 - 3x_i - 2 = 0 \quad | x_0 = 2$$

$$(x^3 - 3x - 2) : (x - 2) = x^2 + 2x + 1$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{array}{r} (x^3 - 3x - 2) : (x - 2) \\ \underline{-(x^3 - 2x^2)} \\ + 2x^2 - 3x - 2 \\ \underline{-(2x^2 - 4x)} \\ x - 2 \\ \underline{-(x - 2)} \\ 0 \end{array}$$

$$(x+1)^2 = (x+1)(x+1)$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = -1$$

$$NS(2|0) \\ NS_x(-1|0)$$

4. Extremstellen (HP/TP/SP)

$$f'(x) = 3x^2 - 3$$

$$f''(x) = 6x$$

$$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1 - 2 = -4$$

$$f(-1) = (-1)^3 - 3(-1) - 2 = 0$$

$$f'(x_i) = 0$$

$$TP \rightarrow f''(1) = 6 \cdot 1 > 0$$

$$HP \rightarrow f''(-1) = 6 \cdot (-1) < 0$$

$$f''(x_i) > 0 \Rightarrow TP$$

$$3x_i^2 - 3 = 0$$

$$| +3 | :3$$

$$x_i^2 = 1 \quad | \sqrt{}$$

$$x_{3/4} = \pm 1$$

$$TP(1|-4)$$

$$HP(-1|0)$$

$$f''(x_i) < 0 \Rightarrow HP$$

$$f''(x_i) = 0 \Rightarrow SP$$

5. Wendestellen (Krümmungsverhalten)

$$f''(x_i) = 0$$

$$\text{Linkskr. } f''(x) \geq 0$$

$$\text{Rechtskr. } f''(x) \leq 0$$

$$\hookrightarrow f(x_5) = 0 \Leftrightarrow 6x_5 = 0 \Rightarrow x_5 = 0$$

$$WP(0|-2)$$

Re-Li Krümmung

$$f''(-1) = -6$$

$$f''(1) = 6$$

6. Verhalten im Unendlichen

$$\lim_{x \rightarrow \infty} x^3 - 3x - 2 = \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 - 3x - 2 = \lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 = -\infty$$

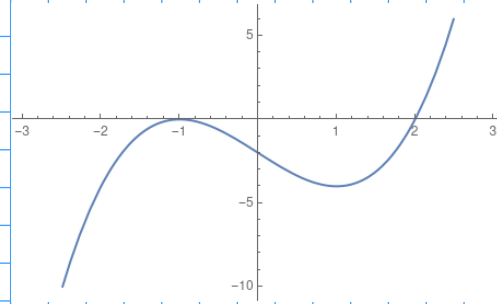
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$$

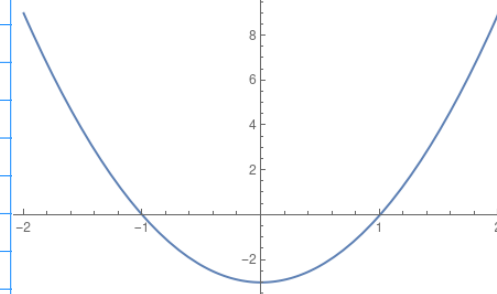
Übersicht

1. Definitions- und Wertebereiche
2. Symmetrien
3. Nullstellen und Schnittpunkte
4. Extremstellen (HP/TP/SP)
5. Wendestellen (Krümmung)
6. Verhalten im Unendlichen

Funktionsgraph f(x)



Funktionsgraph f(x)



Funktionsgraph f''(x)

