



Grundpraktikum I

T4 Zustandsgleichung Idealer Gase

Santiago Rodriguez

19.Mai 2019

Student: Santiago Rodriguez
santiagorodriguez450@gmail.com

Betreuer: Dr. Jens Martin

Raum: N.314

Messplatz: N.4

Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	1
2	Aufbau und Problemstellung	2
3	Überprüfung des Boyle-Mariotte Gesetzes-Volumenabhängigkeit des Drucks	3
4	Überprüfung des Gay-Lussac Gesetzes-Temperaturabhängigkeit des Drucks	4
5	Literaturverzeichnis	5

1 Abstract

Zustandsänderun g	Gleichung	Gesetz	
Isotherm: $T = \text{const}$	$p \cdot V = \text{const}$	Boyle-Mariotte	(6)
Isochor: $V = \text{const}$	$p_t = p_o(1 + \gamma t)$	Gay-Lussac	(7)
Isobar: $p = \text{const}$	$V_t = V_o(1 + \gamma t)$		(8)

Die kinetische Gastheorie beschreibt das Verhalten von idealen Gasen als ein Mehrteilchen-system aus bewegten Molekülen, bei dem jedes der einzelnen Teilchen mit einer mittleren thermodynamischen Energie versehen ist, die in direkter Proportionalität zur Temperatur liegt. Diese Energie kann sich innerhalb mehrerer, sog. Freiheitsgrade des Moleküls aufteilen, die jeweils unterschiedliche Bewegungsarten im Raum beschreiben; die Translation, Rotation und Vibration. In diesem Versuch wird aber nur die Translation der idealen Gasmoleküle im dreidimensionalen Raum betrachtet, da nur diese einen direkten Bezug zum vom Gas ausgeübten Druck besitzt. Grund dafür ist das wenn jedes der einzelnen Gasteilchen mit einer temperaturabhängigen kinetischen Energie zur Translation im Raum angeregt wird, besitzen sie dementsprechend auch einen Impuls, den sie auf andere Teilchen durch Stöße übertragen können. Der Druck ist allgemein definiert als die entlang einer bestimmten Fläche ausgeübte Kraft, weshalb dies im Falle der kinetischen Gastheorie auf die Schlussfolgerung zurückführt, das die Gasmoleküle eine bestimmte Kraft auf benachbarte Grenzflächen ausüben müssen, damit ein Druck auf diese entstehen kann. Diese Kraft wird also durch den Stoßprozess energetisch angeregter Gasteilchen gegen eine Fläche erklärt, auf die somit ein Druck ausgeübt wird. Es steht somit auch frei zu folgern, das dieser Druck direkt davon abhängt, wie viele Gasteilchen gleichzeitig auf die Fläche stoßen und mit welcher kinetischen Energie- bei höheren kinetischen Energien wäre bspw. ein größerer Druck zu erwarten. Da die kinetische Energie wiederum direkt proportional zur Temperatur ist, unterliegt der Druck auch einer direkten Abhängigkeit zu letzterer. Die weitere Abhängigkeit des Drucks vom Volumen, in dem sich das Gas ausbreiten kann, wird hier dadurch erklärt, dass bei kleineren Volumen die Stoßwahrscheinlichkeit und somit auch die menge an Stößen, die die Gasmoleküle an der Fläche des Materials ausüben, exponentiell ansteigt. Die Gesetze, die diese beiden Abhängigkeiten beschreiben, heißen jeweils Boyle-Mariotte und Gay-Lussac Gesetz; Ziel dieses Versuchs ist es, mittels experimenteller Messverfahren beide Gesetze auf dessen Gültigkeit zu überprüfen.

2 Aufbau und Problemstellung



Abb. 1 Boyle-Mariotte-Gerät



Abb. 2 Gaskugel nach Jolly

Zur experimentellen Bewertung beider Gesetze werden nun einzeln zwei unterschiedliche Versuche betrachtet. Das erstere ist das sogenannte Boyle-Mariotte-Gerät, ein nach außen isolierbares Arbeitszylinder mit einem gegebenen Innendurchmesser von $d = 50 \pm 0,1 \text{ mm}$. Wie der Name selbst schon offenbart, dient dieses zur experimentellen Untersuchung des Boyle-Mariotte Gesetzes, also die Volumenabhängigkeit des von einem Gas ausgeübten Drucks. Im Innern des Zylinders kann Luft mithilfe eines abschließbaren Ventils eingelassen und durch einen inneren, beweglichen Kolben das verfügbare Volumen innerhalb des Zylinders verändert werden. Zwischen Zylinder und Ventil befindet sich zusätzlich noch ein sog. Rohrfeder-Mamometer zur Druckmessung, der eine Unsicherheit von $0,01 \text{ bar}$ bei der Druckmessung und ein zusätzliches Totvolumen von ca. $V_T = 17,223 \text{ cm}^3$ zum Gesamtvolumen hinzufügt. Ab Messwerten von ca. $3,5 \text{ bar}$ für den Druck ist das Messergebnis außerdem nicht mehr zuverlässig, da ein Überdruckventil bei solchen Druckmesswerten aufgeht um gefährliche Umstände für den Versuchsführer zu vermeiden. All diese Einflussfaktoren sind bei der Versuchsdurchführung und bei der anschließenden Fehlerbewertung der Messergebnisse in Betracht zu ziehen.

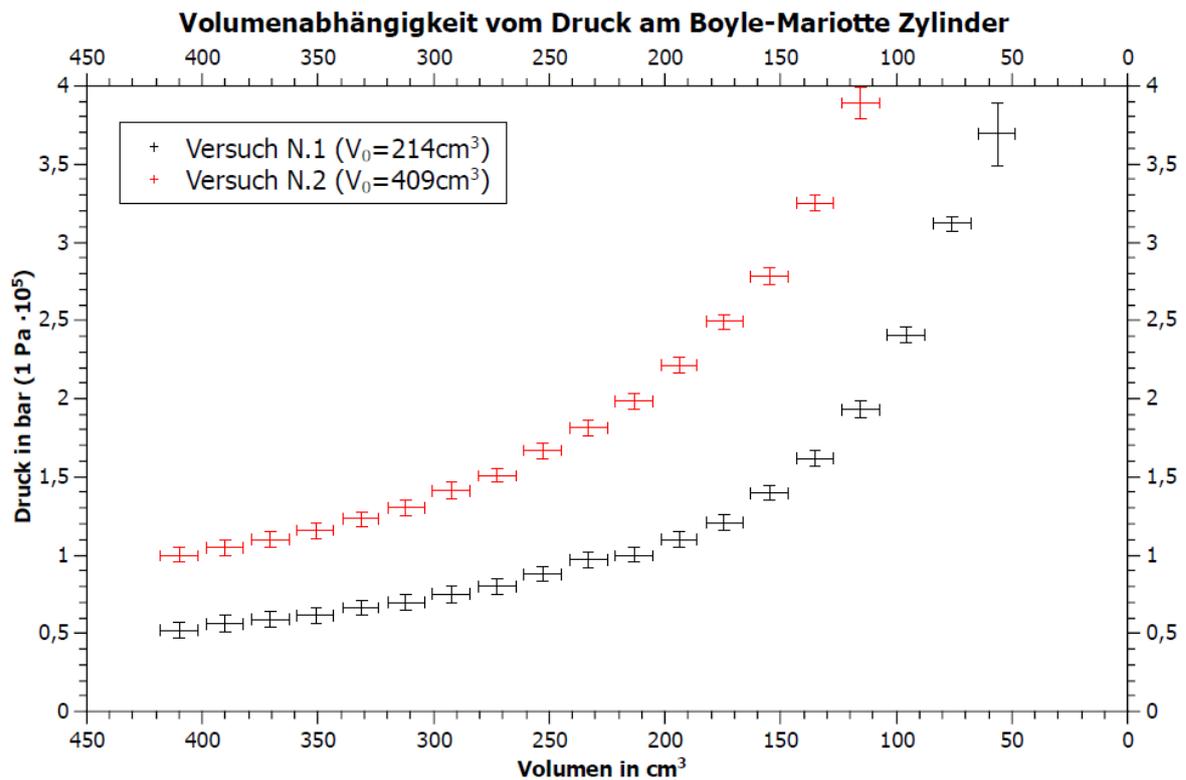
Auch das zweite Versuch mit der Gaskugel nach Jolly unterliegt trotz dessen wesentlich fehlerfreien Aufbaus einer Messungenauigkeit von 16 hPa . Die Gaskugel besteht hierbei vollständig aus Metall, mit einer mit Gas gefüllten Hohlkugel unterhalb eines weiteren Rohrfeder-Mamometers. Das Volumen ist hierbei vernachlässigbar, da dieser entlang des ganzen Versuches konstant bleibt. Aufgrund der thermischen Leitfähigkeit des Metalls kann durch das Eintauchen in einen Wärme- oder Kältebad die Temperatur des Gases innerhalb der Kugel verändert und die Abhängigkeit des Drucks von der Temperatur ermittelt werden. Bei der Fehlerbewertung ist hier aber wichtig im Blick zu behalten: die Temperatur des äußeren Wärme- oder Kältebads entspricht nicht sofort der Temperatur des Gases im inneren der Jolly-Kugel! Durch äußere Umstände kann bspw. die Temperatur im inneren ungleichmäßig verteilt, bzw., eine längere Einstellungszeit notwendig sein. Es wird zwar angenommen, dass die Temperatur im inneren der Kugel nach längerem Eintauchen ungefähr im gleichen Bereich als die Außentemperatur liegt, aber die Innentemperatur ist nicht direkt messbar und somit nicht als präzise Messung anzunehmen.

3 Überprüfung des Boyle-Mariotte Gesetzes-Volumenabhängigkeit des Drucks

Zur Überprüfung des Boyle-Mariotte Gesetzes werden nun explizit Fälle betrachtet, bei denen sich das ideale Gas in einem isothermen System befindet, d.h. die Temperatur bleibt konstant beim gemessenen Wert für die Raumtemperatur $T_R = 22,8 \pm 1C$. Nach dem Boyle-Mariotte Gesetz sollte gelten;

$$p \cdot V = const. \text{ hier mit } V = \left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot l + V_T, \quad l \in [0, 20]cm \text{ und } p = p(V) = p(l)$$

Der Druck sollte sich demnach also umgekehrt proportional zum Volumen verhalten und bei sinkenden Werten vom Volumen exponentiell ansteigen. Da l in diesem Versuch experimentell mithilfe einer Skala bestimmt wird, wird eine Messunsicherheit von $u_l = 0,5cm$ angenommen, die sich dann durch die Volumenberechnung auf ca. $u_V = 10cm^3$ im bildlichen Sinne hochschaukelt. Für den Druck beträgt die Messunsicherheit des Mamometers nach wie vor $u_{p_1} = 0,01bar$ zusätzlich zur Messunsicherheit bei der Bewertung der Skala, also ca. $u_{p_g} = 0,05bar$. Zudem muss zur Korrektur ein zusätzliches Totvolumen von $V_T = 17,223cm^3$ wiederholt zum ermittelten Zylindervolumen addiert werden.



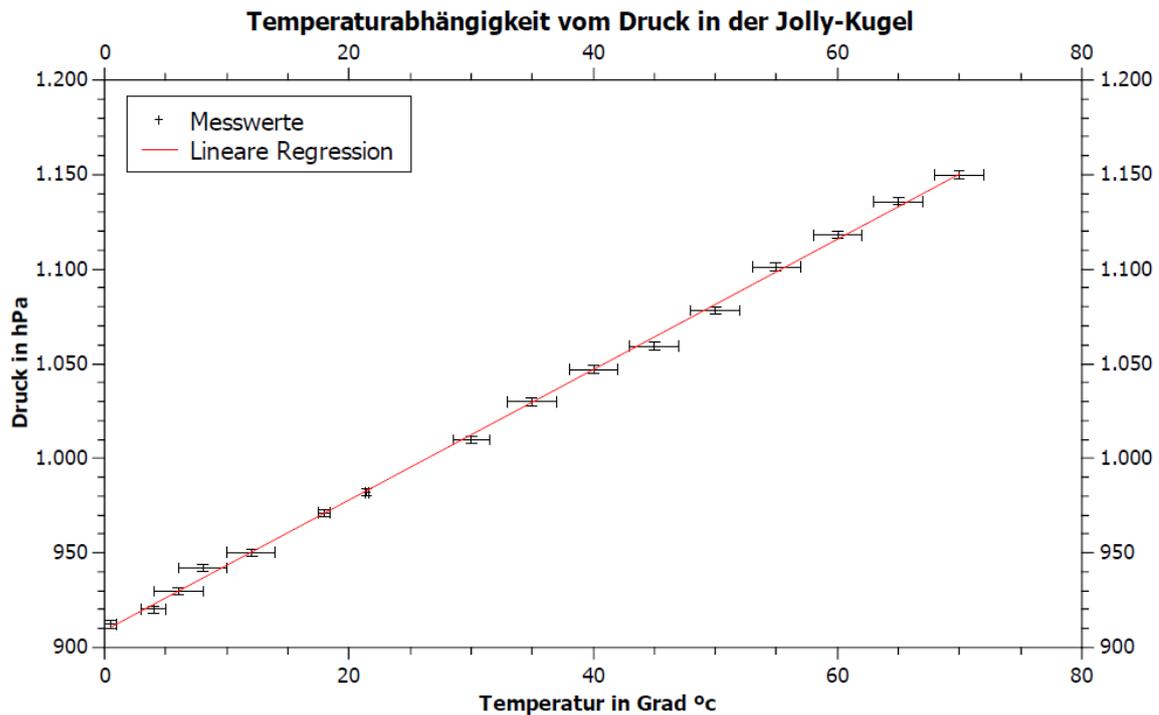
Da der durchgeführte Versuch aufgrund dessen relativ einfachen Aufbaus beliebig oft wiederholbar ist, wurden hier parallel zwei Versuche bei unterschiedlichen Anfangsvolumen V_0 für $p_0 = 1bar$ durchgeführt, wobei beide so gewählt wurden, dass $2 \cdot V_{01} \approx V_{02}$ gilt. Durch Auswertung der oberen Graphen kann man auch erkennen, dass auf $V_0 \rightarrow \frac{V_0}{2}$ bei beiden Versuchskurven stets $p_0 \mapsto 2 \cdot p_0$ folgt, d.h. p ist umgekehrt proportional zu V mit $p(l) = \frac{p_0 \cdot V_0}{V(l)} = \frac{p_0 \cdot V_0}{\left(\frac{d}{2}\right)^2 \cdot \pi \cdot l + V_T}$

4 Überprüfung des Gay-Lussac Gesetzes-Temperaturabhängigkeit des Drucks

Für die Überprüfung des Gay-Lussac Gesetzes wird nun die Jolly-Kugel auf unterschiedliche Temperaturen gebracht und die Übereinstimmung der Messwerte für den Druck mit der Erwartung des Gesetzes verglichen. Der Gay-Lussac Gesetz für isochore Systeme ($V = const.$) lautet:

$$p(T) = p_0 \cdot (1 + \gamma_0(T - T_0)) = p_0 + p_0\gamma_0(T - T_0)$$

Es handelt sich hiermit also um eine lineare Funktion die bei ansteigenden Werten von T konstant wächst. Wie schon in Abschnitt 2) erläutert worden ist, sind die Werte für T aber mit einer besonders hohen Unsicherheit von mind. $u_T = 2C$ versehen, die nur in ganz bestimmten Einzelfällen wie bspw. bei der Raumtemperatur oder der Gefriertemperatur vom Wasser vermindert werden kann. Aus diesem Grund wird in Anschluss auf die graphische Darstellung der Messwerte noch eine lineare Regression numerisch hergestellt, die den linearen Verlauf der experimentell ermittelten Werte darstellen soll. Für den Druck gilt nach wie vor eine Messunsicherheit von $u_p = 16hPa$.



Aus der obigen Figur kann man entnehmen, dass sich der Druck bei ansteigender Temperatur tatsächlich wie eine lineare Funktion verhält und auch als solche dargestellt werden kann. Durch empirischer Auswahl kann der obere Graph mithilfe der linearen Funktion

$$p(T) = \frac{17}{5} \cdot T + 912hPa$$

sehr grob angenähert werden. Um an dieser Stelle aber weiterzukommen und den sog. Spannungskoeffizient γ_0 analytisch bestimmen zu können, gebraucht es auf die SI-Temperatureinheit der Kelvin überzugehen mit $0C = 273,15K$. Somit gilt für die Funktion;

$$\gamma_0 = \frac{p(T)-p_0}{p_0(T-T_0)} \Rightarrow \gamma_0 \approx 0,003728K^{-1}$$

für

$$p_0 = 912hPa \pm 16hPa \quad , \quad p(T) = 1150hPa \pm 16hPa \\ T = 343,15K \pm 2K \quad , \quad T_0 = 273,15K \pm 2K$$

Da nun der Spannungskoeffizient $\gamma_0 \approx 0,003728$ allg. als der Kehrwert vom absoluten Nullpunkt def. ist, reicht es zur Überprüfung diesen zu bilden, woraus folgt, dass $\frac{1}{0,003728}K^{-1} = 273,1500022K$, was erstaunlich präzise mit dem Sollwert für $T = 273,15K$ übereinstimmt. Das experimentelle Ergebnis stimmt somit mit den Erwartungen des Gesetzes von Gay-Lussiac überein.

5 Literaturverzeichnis

- [1] Dr. Uwe Müller: *Physikalisches Grundpraktikum: Mechanik und Thermodynamik*, 2012
- [2] Dr. Uwe Müller: *Physikalisches Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik*, 2007