



# Grundpraktikum II

## E12 Spezifische Ladung von Elektronen

Santiago Rodriguez

8. November 2019

**Student:** Santiago Rodriguez  
santiago.rodriguez@physik.hu-berlin.de

**Betreuer:** Jens Raeder u. Dr. Uwe Müller

**Raum:** N.316

**Messplatz:** N.4

## Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	1
2	Versuchsaufbau und Durchführung	2
3	Ablenkung des Elektronenstrahls durch das Magnetfeld $\vec{B}$	3
4	Homogenität des Magnetfeldes $\vec{B}$ der Spule	4
5	Kompensationsmethode zwischen der angreifenden elektrischen Kraft und Lorentzkraft am $e^-$ -Strahl	5
6	Diskussion	6
7	Literaturverzeichnis	6

## 1 Abstract

Die spezifische Ladung  $\frac{q}{m}$  eines Teilchens ist eine Angabe zum Verhältnis der vom Teilchen getragenen elektrischen Ladung zur Masse desselben. Sie dient insbesondere zur Beschreibung der Wechselwirkung des Teilchens mit magnetischen Feldern, da in einem solchen die angreifende Lorentzkraft  $F_L = q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$  das Teilchen mit einer von der Masse und Ladung abhängigen Beschleunigung  $\vec{a}(q, m) = \frac{q}{m} \cdot \vec{v} \times \vec{B}$  versieht. Insbesondere interessierte es am Ende des 19. Jahrhunderts diese Größe für die damals noch unbekanntenen Elektronen zu bestimmen, die schon in der Form leuchtender "Kathodenstrahlen" mit Edelgas gefüllten Röhren beobachtet worden waren. Aus der Ablenkung dieser leuchtenden Strahlen mit magnetischen und elektrischen Feldern könnte die spezifische Ladung der damals noch mysteriösen Kathodenteilchen- also den Elektronen- bestimmt werden. Für diesen Versuch sollen zwei unterschiedliche Methoden untersucht werden, mit denen man nach genau diesen Prinzip ebenfalls die spezifische Ladung der Elektronen bestimmen kann. Für die erste Methode, die die spezifische Ladung der Elektronen durch die Messung der Ablenkung des Elektronenstrahls bei unterschiedlichen Magnetfeldstärken eines möglichst homogenen magnetischen Feldes  $\vec{B}$  angibt, kommt ein Mittelwert von  $(\frac{q}{m})_1 = (-1,97 \pm 0,07) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$  raus. Für die zweite Methode, die die spez. Ladung durch den Ausgleich der Lorentzkraft  $F_L$  mit einer entgegengesetzt gerichteten elektrischen Kraft  $F_E$  zu bestimmen versucht, kommt im vgl. ein Wert von  $(\frac{q}{m})_2 = (-2,0 \pm 0,5) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$  raus.

## 2 Versuchsaufbau und Durchführung

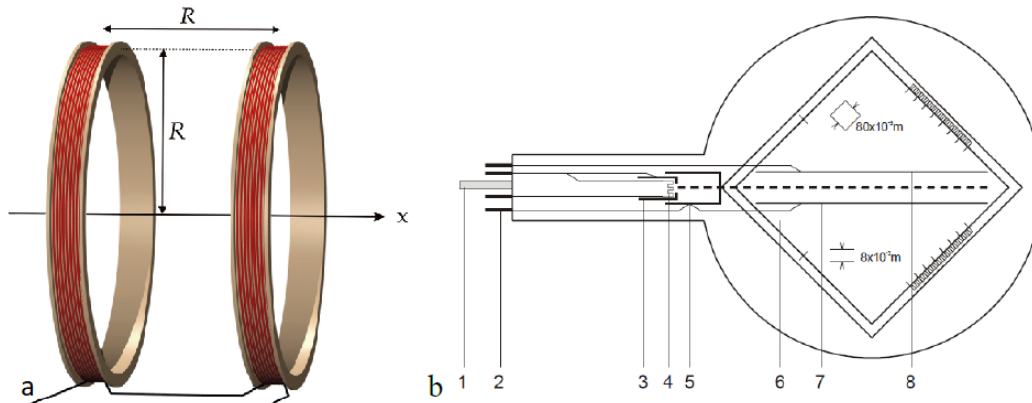


Abbildung 1: a) Helmholzpulen [4] b) Thomson-Röhre [3]

Der Versuchsaufbau besteht aus einer mit Edelgas gefüllten Thomson-Röhre a) die sich zwischen zwei im Abstand  $R = 68\text{mm}$  aufgestellten Helmholzpulen b) befindet. Innerhalb der Thomson-Röhre werden Elektronen aus einer Glühkathode (3 und 4) abgegeben, die dann durch die etwas weiter entfernte Anode (5) auf eine Geschwindigkeit  $\vec{v}_e$  beschleunigt werden, mit der sie dann auch ins quadratförmige Leuchtschirm (6) der Kantenlänge  $k = (80 \pm 0,5)\text{mm}$  eintreten.

Aufgrund der beiden, von einem Strom  $I_B$  durchflossenen Helmholzpulen der Windungszahl  $N = 320$ , liegt an der Fläche des Leuchtschirms zudem ein zu ihm senkrecht fließendes, ungefähr homogenes Magnetfeld  $\vec{B}$ . Die durch dieses Magnetfeld nach oben ausgeübte Lorenzkraft  $\vec{F}_L$  auf den Elektronenstrahl kann evtl. durch zwei, entlang der Mitte des Leuchtschirms aufgesetzten Kondensatorplatten (7) und (8) mit Abstand  $d = (8 \pm 0,5)\text{mm}$  kompensiert werden, indem eine Spannung  $U_k$  an diesen angelegt wird die dann eine nach unten gerichtete, die Lorenzkraft kompensierende Coulomb-Kraft  $\vec{F}_E$  auf die Elektronen ausübt.

Ohne die beiden Kondensatorplatten anzuschalten verläuft der Strahl geradeaus oder nur abgelenkt vom magnetischen Feld, wobei im letzteren Fall der Strahl auf einen Maßstab an der oberen rechten Kante  $k$  des Quadrates treffen würde. Da die Elektronen bei Abwesenheit einer Abgrenzung an der Kante und unter Annahme eines kontinuierlichen, weiterhin hom. magnetischen Feldes in einer Kreisbahn verlaufen würden, kann hier durch geeignete geometrische Überlegungen der Radius  $r(B(I))$  derselben bestimmt und somit der Verlauf der Elektronen mithilfe der Zentripetalkraft  $F_R = F_L$  bestimmt werden.

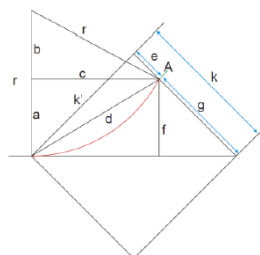


Abbildung 2: Geometrie der Elektronenbahn am Leuchtschirm [3]

### 3 Ablenkung des Elektronenstrahls durch das Magnetfeld $\vec{B}$

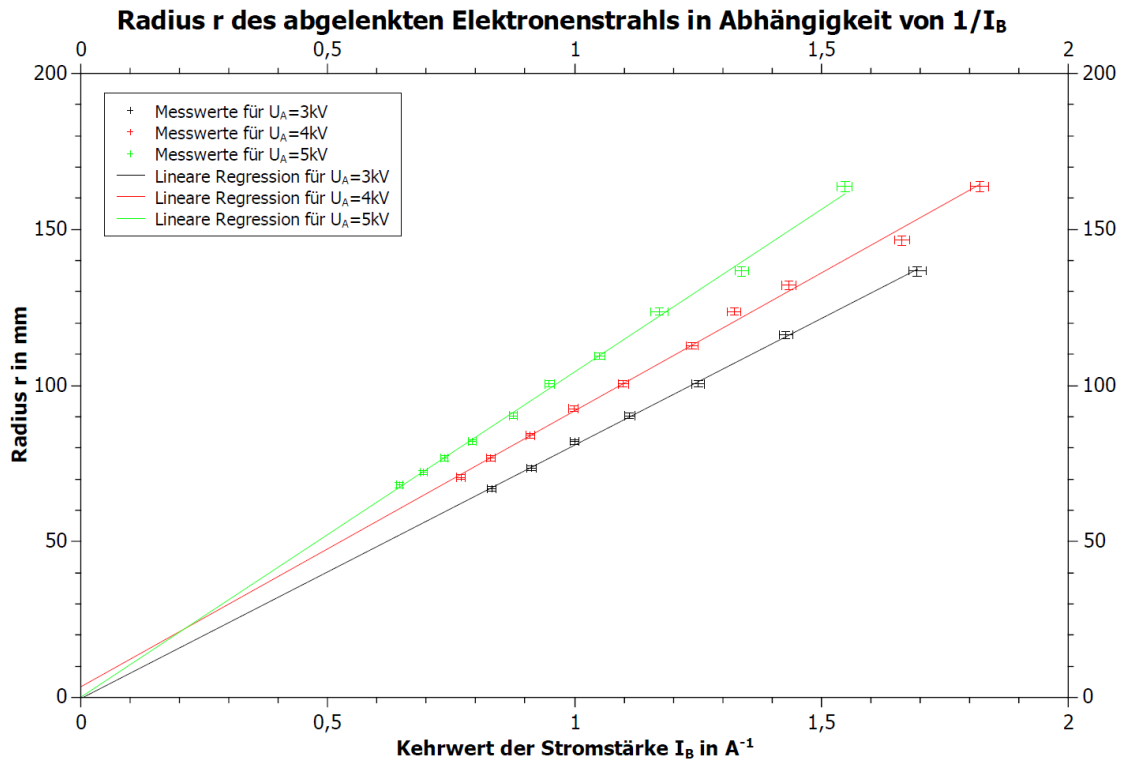


Abbildung 3: Radius  $r$  des abgelenkten Elektronenstrahls in Abhängigkeit vom Kehrwert der Stromstärke  $\frac{1}{I_B}$

Um nun die spezifische Ladung des Elektrons mit der Ablenkung des Elektronenstrahls zu bestimmen muss man zuerst an die geometrischen Eigenschaften aus Abb.2 zurückgreifen. Wenn die Elektronen auf eine Kreisbahn mit Radius  $r$  durch die Lorentzkraft gezwungen werden, dann muss wenn der Elektronenstrahl senkrecht zum Magnetfeld verläuft folgen

$$F_L = F_Z \Leftrightarrow q \cdot v \cdot B = m \frac{v^2}{r} \quad \forall \vec{v} \perp \vec{B} \quad (1)$$

Wobei die Geschwindigkeit  $v$  durch die Beschleunigung der Elektronen an einer Anode mit der Spannung  $U_A$  vor dessen Eintritt ins vom Magnetfeld durchflossenen Leuchtschirm gegeben wird mit

$$E_{kin} = E_{el} \Leftrightarrow \frac{m}{2} v^2 = q \cdot U_A \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot q \cdot U_A}{m}} \quad (2)$$

S.d. dann durch einsetzen von  $v$  in (1) insgesamt für die spezifische Ladung folgt

$$\frac{q}{m} = \frac{2 \cdot U_A}{(B \cdot r)^2} \quad (3)$$

Zusätzlich gilt für den Radius  $r$  der Kreisbahn des Elektronenstrahls mit  $k = (80 \pm 0,5)mm$  und  $e = (e(I_B) \pm 0,05)cm$

$$r = \frac{k^2 + e^2}{\sqrt{2} \cdot (k - e)} \quad (4)$$

und für die magnetische Flussdichte  $B$  innerhalb der Helmholtzspulen

$$B(I_B) = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{2 \cdot R} \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{3/2} \quad (5)$$

Durch gaußsche Fehlerfortpflanzung lassen sich auch aus den obigen Formeln die Unsicherheiten  $u_{\frac{q}{m}}$ ,  $u_r, u_B$  u.s.w. mithilfe der gegebenen Messunsicherheiten  $u_e, u_k, u_I$  und  $u_{U_A}$  bis auf  $u_v$  berechnen; letztere kann in diesen Fall nur dann direkt bestimmt werden, zumindest wenn die Annahme gemacht wird das die spezifische Ladung  $\frac{q}{m}$  noch unbekannt ist/keine genaue Angabe für uns besitzt. Aus den arithmetischen Mittelwerten der Messdaten aus den obigen drei Messungen für unterschiedliche Beschleunigungsspannungen kommen nach den angegebenen Formeln folgende Werte und Unsicherheiten für die spezifische Ladung der Elektronen im Kathodenstrahl raus;

$$\left(\frac{q}{m}\right)_{3kV} = (-1,9 \pm 0,1) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (6)$$

$$\left(\frac{q}{m}\right)_{4kV} = (-1,98 \pm 0,07) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (7)$$

$$\left(\frac{q}{m}\right)_{5kV} = (-1,95 \pm 0,08) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (8)$$

#### 4 Homogenität des Magnetfeldes $\vec{B}$ der Spule

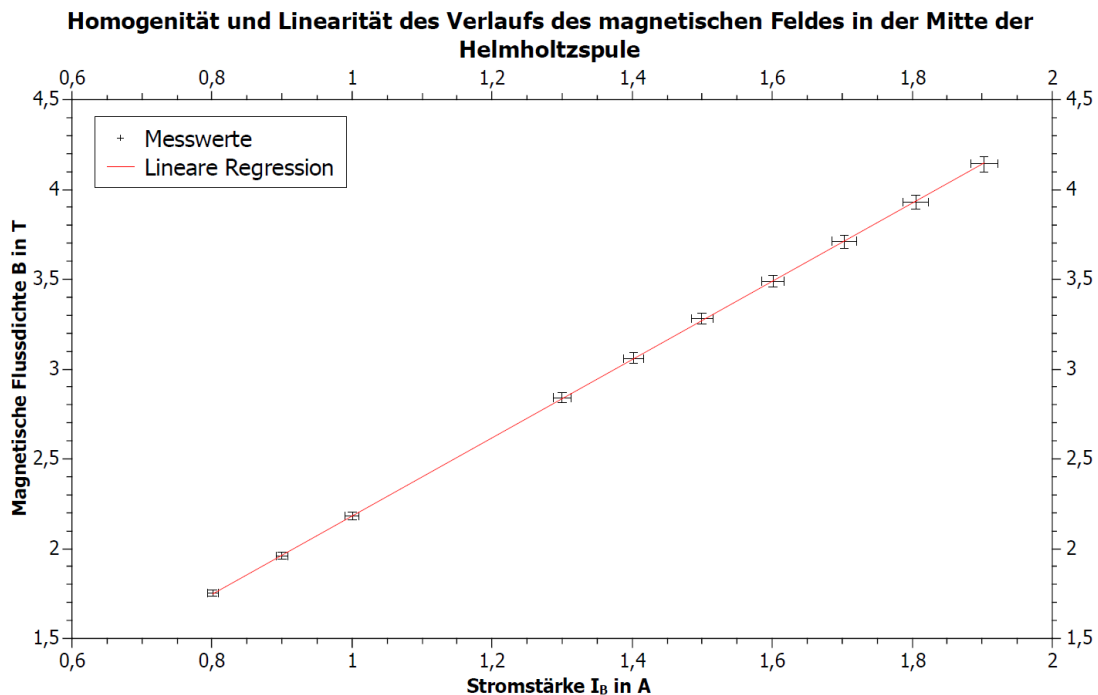


Abbildung 4: Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte  $B$  von der Stromstärke  $I_B$  in der Spule

Die magnetische Flussdichte hängt nicht nur alleine vom elektrischen Strom ab, der durch die Helmholtzspule fließt, sondern auch vom Ort innerhalb der Spule, da das magnetische

Feld nicht homogen über den ganzen, von den Spulen begrenzten Raum fließt, sondern auch schließlich ab einen gewissen Abstand von der Mitte mit einer niedrigeren Flussdichte, also inhomogen. Die räumliche Beziehung wird hierbei gegeben durch

$$B(I, x) = \mu_0 \cdot \frac{N \cdot I}{2 \cdot R} \cdot \left( \left( 1 + \left( \frac{x}{R} + \frac{1}{2} \right)^2 \right)^{-3/2} + \left( 1 + \left( \frac{x}{R} - \frac{1}{2} \right)^2 \right)^{-3/2} \right) \quad (9)$$

Wobei man nach wie vor bei der Idealisierung vom homogenen Mittelpunkt auf die Form

$$B(I) = k \cdot I \quad (10)$$

kommen kann, bei der  $k$  nicht weiteres ist als der Anstieg der Funktion  $B(I)$ , hier also gegeben durch die Steigung der linearen Regression für unsere Messwerte.

$$\Rightarrow k = (2,18 \pm 0,01) \frac{T}{A} \quad (11)$$

## 5 Kompensationsmethode zwischen der angreifenden elektrischen Kraft und Lorentzkraft am $e^-$ -Strahl

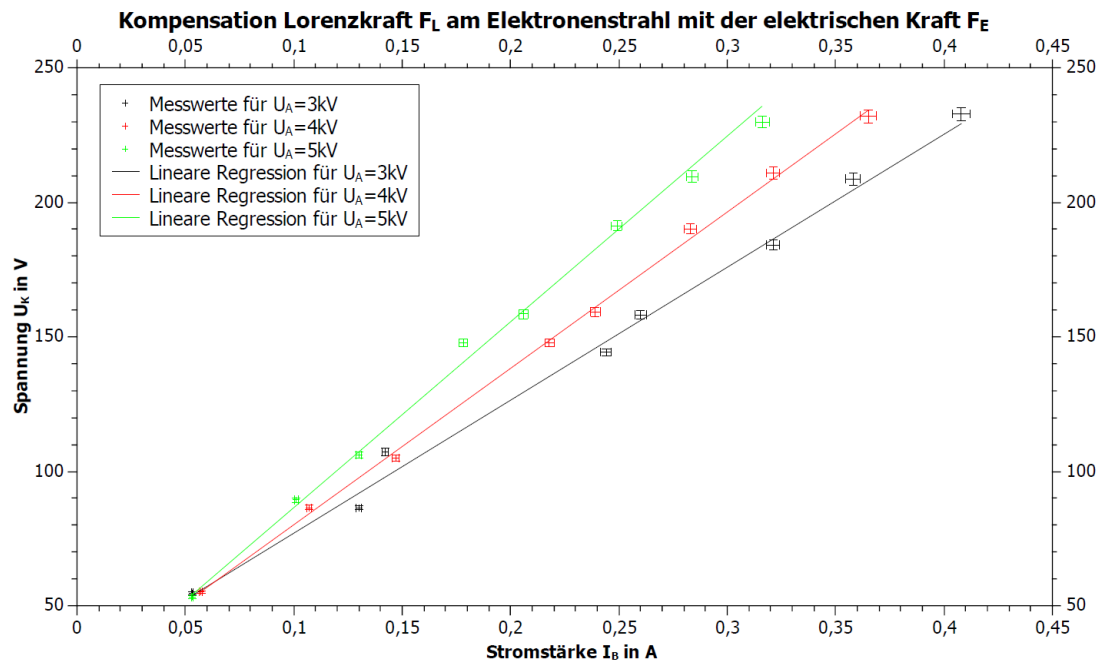


Abbildung 5: Abhängigkeit der magnetischen Flussdichte einer Spule mit der elektrischen Spannung an einen Plattenkondensator bei der Kompensationsmethode

Für die Kompensationsmethode werden zuerst die beiden Platten innerhalb des Leuchtschirmes mit einer Spannung  $U_K$  versetzt, die die vom magnetischen Feld ausgeübte Lorentzkraft mit einer entgegengesetzt gerichteten, Coulomb-Kraft ausgleichen soll. Es muss demnach gelten

$$F_L = F_E \Leftrightarrow q \cdot v \cdot B = q \cdot E \quad (12)$$

$$\Rightarrow v = \frac{E}{B} \quad (13)$$

D.h. durch die beiden entgegengerichteten Felder kommen nur die Elektronen durch, die eine Geschwindigkeit haben nach der Beziehung von Formel (13). Alle anderen werden abgelenkt da für sie entweder die Coulomb- oder die Lorentzkraft größer ist und die beiden Kräfte sich somit nicht mehr gegenseitig aufheben. Hieraus kann dann durch die folgenden Beziehungen

$$E = \sqrt{2 \cdot \frac{q}{m} \cdot U_a \cdot B} \quad v = \sqrt{2 \cdot \frac{q}{m} \cdot U_a} \quad (14)$$

$$\Rightarrow U_K = \sqrt{2 \cdot \frac{q}{m} \cdot U_a \cdot B \cdot d} \quad (15)$$

die spezifische Ladung des Elektrons experimentell mithilfe der Steigung  $a$  der Linearen Regression ermittelt werden s.d.

$$a = \sqrt{2 \cdot \frac{q}{m} \cdot U_a \cdot B} \Leftrightarrow \frac{q}{m} = \frac{a^2}{2d^2 \cdot U_a} \quad (16)$$

Auch hier lässt sich die Unsicherheit mithilfe der Gaußschen Fehlerfortpflanzung gezielt bestimmen, woraus dann für die Kompensationsmethode folgende Werte der spezifischen Ladung rauskommen

$$\left(\frac{q}{m}\right)_{3kV} = (-2,0 \pm 0,5) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (17)$$

$$\left(\frac{q}{m}\right)_{4kV} = (-1,9 \pm 0,5) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (18)$$

$$\left(\frac{q}{m}\right)_{5kV} = (-2,0 \pm 0,5) \cdot 10^{11} \frac{C}{kg} \quad (19)$$

## 6 Diskussion

Bei der Kompensationsmethode hätten die endgültigen Werte zum einen von einer niedrigeren Unsicherheit behaftet sein sollen als auch näher zum Sollwert aus der Literatur von  $\frac{q}{m}_S = -1,758820 \cdot 10^{11} \frac{C}{kg}$ . Da beides hier unzutreffend erscheint erlaubt sich der Verfasser diese Berichts zu erwägen, dass ein methodischer Fehler bei der Durchführung von der Kompesationsmmethode vorgekommen sein muss. Die besonders kleine Unsicherheit bei einem Wert, der eigentlich viel weiter daneben liegt als die Unsicherheit angibt, deutet auch auf einen solchen Fehler hinzu. Die Messergebnisse des ersten Versuchs liegen aber schon deutlich mehr im erwarteten Bereich wo eine grobe Schätzung der spezifischen Ladung schon ein ausgesprochen befriedigendes Resultat ist.

## 7 Literaturverzeichnis

- [1] Dr. Uwe Müller: *Physikalisches Grundpraktikum: Elektrodynamik und Optik*, 2012
- [2] Dr. Uwe Müller: *Physikalisches Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik*, 2007
- [3] Dr. Uwe Müller: *E12 - Spezifische Ladung von Elektronen*, 2019
- [4] Ansgar Hellwig: *Abb. Helmholtz-Spulen*, Wikipedia