

Fraunhofersche Beugung

Santiago R. ██████¹

¹Institut für Physik, Humboldt Universität zu Berlin, Deutschland

Versuchsleiter: Dr. Günter Kewes, Raum 210

(Abgabe: 25. März 2021; Versuchsdatum: 24.3.2021)

Die Fraunhofersche Beugung ist ein Spezialfall der Beugung von Licht, bei dem die Wellestrahlen der Lichtwellen vor und hinter einer zur Beugung verwendeten Blende parallel zueinander verlaufen. Durch Untersuchung der durch diese Beugung auftretenden Phänomene (so wie u.A. Interferenz) können charakteristische Kenngrößen so wie beispielsweise die Wellenlänge $\lambda = (636.3 \pm 0.8)nm$ eines untersuchten Lasers oder die Breite $b = (0.194 \pm 0.004)mm$ der Öffnung eines Spaltes ermittelt werden. Weiterhin wurde der Intensitätsprofil der Beugungsfigur hinter einer Lochblende mithilfe einer Bessel-Funktion erster Ordnung modelliert und aus den Fit-Parameter ein Blendendurchmesser von $B = (0.299 \pm 0.003)mm$ bestimmt.

I Einleitung und Versuchsaufbau

Der parallele Verlauf von den Wellenstrahlen vor und hinter einer Blende bei Fraunhofescher Beugung ist näherungsweise der Fall bei weit entfernten Lichtquellen, denn dann kann in einer sogenannten Fernfeld-Näherung angenommen werden, dass sich die elektromagnetischen Wellen unabhängig von ihrer Quelle als ebene Wellen im Raum ausbreiten. Aus diesem Grund wurden in diesem Versuch die Messungen bei einem Abstand von $l_0 \geq 1.5m$ zwischen den Untersuchungsgegenstand und den Fangschirm oder Messgerät durchgeführt.

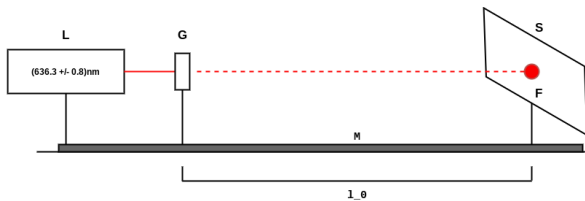


Abbildung 1: Versuchsaufbau

Der Aufbau des Versuches besteht im wesentlichen aus einem Helium-Neon-Laser L mit einer während dem Versuch bestimmten Wellenlänge von $\lambda = (636.3 \pm 0.8)nm$, der auf einer $l = 2m$ langen Metallschiene M verbaut ist und an dessen anderen Ende ein Beobachtungsschirm oder Messgerät S für das Beugungs- oder Interferenzbild F des Lichts bereit liegt. Optional aufstellbar an beliebigen Positionen der Metallschiene sind hierbei als Untersuchungsgegenstände G ein Strichgitter mit Gitterkonstante $g = 10^{-5}m$, ein Spalt mit unbekannter Öffnungsbreite b , sowie eine verstellbare Spaltblende mit Blendendurchmesser B samt Fotodetektor der anstelle des Fangschirmes gestellt werden kann. Zwischen den Fangschirm/Fotodetektor und den aufgestellten Untersuchungsgegenstand wird bei allen Versuchen der Abstand l_0 gemessen.

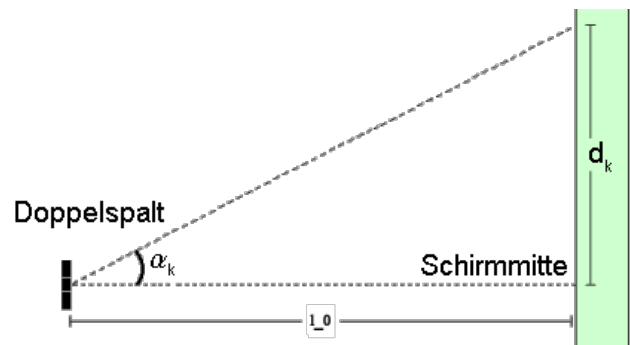


Abbildung 2: Experimentelle Bestimmung des Beugungswinkels α_k

Am Beispiel des Doppelspaltes anstelle des Untersuchungsgegenstandes G im Aufbau ist hierbei leicht zu erkennen, dass mit dieser Anordnung der Beugungswinkel α_k -oder auch beliebige Winkel α um die eine kennzeichnende Größe des Wellenstrahls bezüglich zur Schirmmitte mit den Abstand d_k verschoben wurde- aus der trigonometrischen Beziehung (1) und bei kleinen Winkeln $\alpha \ll 1$ annähernd vereinfachbaren Formel (2)

$$\tan(\alpha) = \frac{d_k}{l_0}, \quad u_\alpha = \sqrt{\left(\frac{u_{d_k}}{l_0}\right)^2 + \left(\frac{d_k u_{l_0}}{l_0^2}\right)^2} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha) \approx \alpha \approx \sin(\alpha) \quad (2)$$

entnommen werden kann.

II Bestimmung der Wellenlänge λ mit dem Gitter

Zuerst wurde mithilfe eines Gitters bekannter Gitterkonstante $g = 10^{-5}m$ die Wellenlänge λ des Lasers L bestimmt. Fällt nämlich der parallele Laserstrahl auf das optische Gitter, so kann die radiale Intensitätsverteilung I der entstehenden Vielstrahlinterferenz gemäss

$$I \sim I_S(\alpha) \cdot \left[\frac{\sin(N\varphi_G/2)}{\sin(\varphi_G/2)} \right]^2, \quad \varphi_G = \frac{2\pi g \sin(\alpha)}{\lambda} \quad (3)$$

quantifiziert werden. Für die aufgrund der Interferenz entstehenden Hauptmaxima der Ordnung

$k = 0, 1, 2, 3, \dots$ lässt sich aus den Maximalwerten N^2 die Beziehung zu den Beugungswinkeln α_k folgern

$$\sin(\alpha_k) = k \cdot \frac{\lambda}{g} \quad (4)$$

Durch Messung der Abstände d der Maxima k -ter Ordnung von dem Maxima 0.ter Ordnung am Schirmmittelpunkt und bestimmung der zugehörigen Winkel α samt Unsicherheiten u_α nach (1,2) lässt sich dann ein linearer Fit zur Bestimmung von λ erstellen. Der Abstand vom Schirm zum Gitter wurde mit einem Messstab als $l_0 = (150 \pm 0.5) \text{cm}$ gemessen und die Ableseunsicherheit am Schirm bei $u_{d_k} = \pm 0.1 \text{cm}$ eingeschätzt.

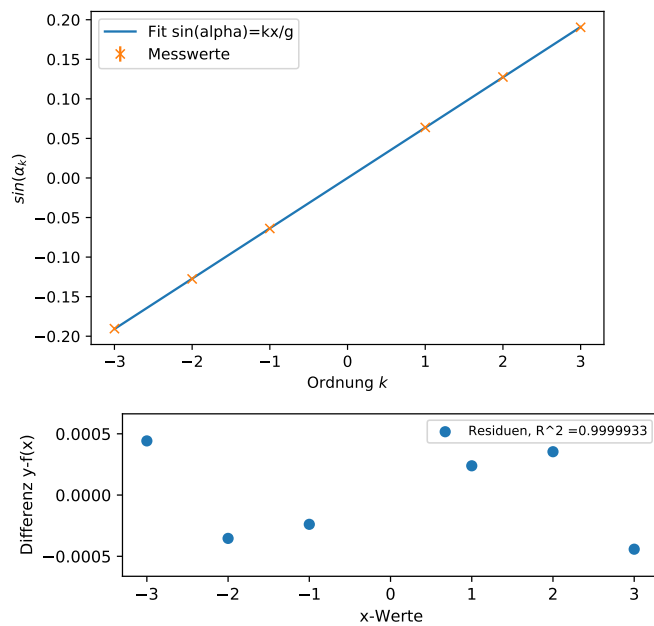


Abbildung 3: Linearer Fit für $\sin(\alpha_k)$

Es wurde für die Maxima gleicher Ordnung links und rechts vom Schirmmittelpunkt durch ein positives sowie negatives Vorzeichen der Ordnung k des Maximas sowie den Wert für $\sin(\alpha)$ unterschieden, man beachte jedoch dass dies nur eine rein praktische Bedeutung der Zählrichtung beinhaltet. Aus dem numerischen Fit-Algorithmus nach der Methode der kleinsten Quadrate χ^2 ergibt sich für die Wellenlänge des Lasers dann ein Parameter samt Unsicherheit von

$$\lambda = (636.3 \pm 0.8) \text{nm} \quad (5)$$

III Bestimmung des Spaltenabstands b eines Einfachspaltes

Tritt ähnlich wie beim Gitter paralleles Laserlicht senkrecht durch einen genug dünnen Spalt der Breite b , so wird auch hier am Schirm gegenüber ein Interferenzmuster projiziert. Auch hier lässt sich der radiale Intensitätsprofil gemäss

$$I_S(\alpha) \sim \left[\frac{\sin(\varphi_S/2)}{\varphi_S/2} \right]^2, \quad \varphi_S = \frac{2\pi b \sin(\alpha)}{\lambda} \quad (6)$$

modellieren. Anders als beim Gitter werden hier jedoch insbesondere die Hauptminima den Ordnungen $k = 1, 2, 3, 4, \dots$ fortlaufend scharf abgebildet, weshalb die Vereinfachung der obigen Formel

$$\sin(\alpha_k) = k \cdot \frac{\lambda}{b} \quad (7)$$

aus den Nullstellen $I_S(\alpha_k) = 0$ von Gleichung (6) zu gewinnen ist. Für den gleichen Abstand vom Einfachspalt zum Schirm $l_0 = (150 \pm 0.5) \text{cm}$ wurde der Abstand zwischen den Minima k -ter Ordnung gemessen und die Hälfte davon jeweils für die positive und negative Ordnung des Minimas eingegeben- dies hat den Grund, dass der vom Maxima 0.ter Ordnung gekennzeichnete Schirmmittelpunkt nicht mehr scharf abgebildet und somit auch nicht weiter als Referenzpunkt genommen werden kann. Die Unsicherheiten sind aufgrund der ebenfalls unschärferen Minima diesmal auf $u_{d_k} = \pm 0.2$ eingeschätzt worden.

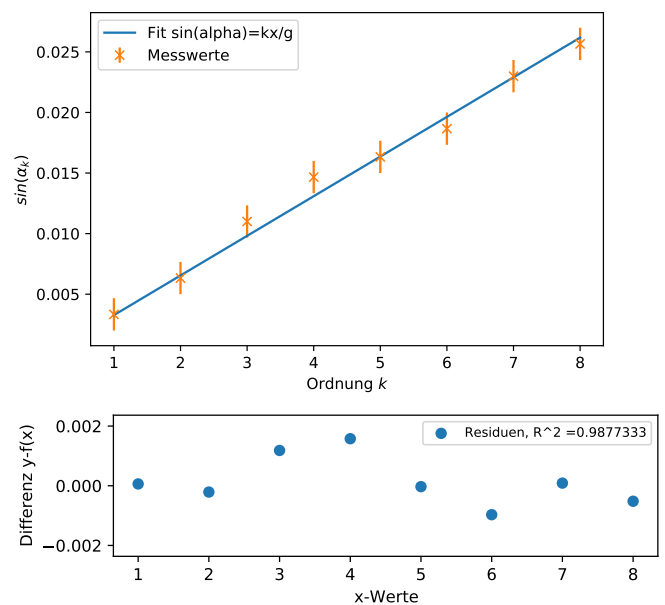


Abbildung 4: Linearer Fit für $\sin(\alpha_k)$

Es wurde der unter Sektion II bestimmte Wert für die Wellenlänge des Lasers benutzt. Trotz einer höheren Unübereinstimmung zwischen dem Modell mit den Messwerten aufgrund der oben erwähnten Messunsicherheiten ergibt sich damit aus den Fit-Parametern ein Wert für den Spaltenabstand von

$$b = (0.194 \pm 0.004) \text{mm} \quad (8)$$

IV Intensitätsverlauf $I(\alpha)$ und Durchmesser B einer Blende

Wird nun anstelle des Gitters oder des Einfachspaltes eine runde Lochblende im Strahlengang des parallelen Laserlichts gestellt, so entsteht am Schirm eine kreisförmige Beugungsfigur mit den charakteristischen Maxima und Minima als runde Kränge um den Mittelpunkt konzentrisch verteilt. Die Intensität

des einfallenden Lichts kann hierbei nach dem Intensitätsprofil

$$I(\alpha) = I_0 \left[\frac{J_1(\theta(\alpha)/2)}{\theta(\alpha)/4} \right]^2 + I_{noise}, \quad \theta(\alpha) = \frac{2\pi B \sin(\alpha)}{\lambda} \quad (9)$$

beschrieben werden. Hierbei ist J_1 die Bessel-Funktion 1.ter Ordnung beschreibt hier mit dessen Nullstellen insbesondere die Lage der Minima des erzeugten Beugungsbildes, was in der Optik Anwendung bei der Feststellung des Auflösungsvermögen optischer Geräte findet.

Für die Messung wird anstelle des Fangschirmes nun eine Photodiode angebracht, die mit einem Nonius im Bereich von $\frac{1}{100}mm \Leftrightarrow u_x = 0.01mm$ orthogonal zum Laserstrahl verschoben werden kann. Die Photodiode ist wiederum an einen Multimeter zur Stromstärkemessung bis zum nA-Bereich ausgestattet, dessen Messunsicherheit aber jedoch nach Beobachtung der Bewegung des Zeigers während einer Messung auf $u_V = 10\%$ des Messwertes eingeschätzt wurde. Aus den Messungen für die Position x bezüglich des zentralen Einfallspunktes x_0 des gebeugten Laserstrahls in einem Abstand $l_0 = (162 \pm 0.5)cm$ zur Lochblende ergibt sich für den Beugungswinkel α nach (1,2) und mit $d_k = |x - x_0|$

$$\sin(\alpha) \approx \frac{|x - x_0|}{l_0} \quad (10)$$

Somit kann weiterhin mit der Substitution $A = \frac{B}{\lambda l_0}$ die Gleichung (9) zur besseren numerischen Auswertung durch den $\min(\chi^2)$ -Algorithmus vereinfacht werden als

$$\theta(x) = 2\pi A|x - x_0| \Rightarrow I(x) = I_0 \left[\frac{J_1(\pi A|x - x_0|)}{\pi A|x - x_0|/2} \right]^2 + I_{noise} \quad (11)$$

Die aufgenommenen Messwerte und der dazu erstellte Fit nach der oberen Modelfunktion (11) sind gemeinsam zur besseren Lesbarkeit in einer logarithmischen Skala dargestellt.

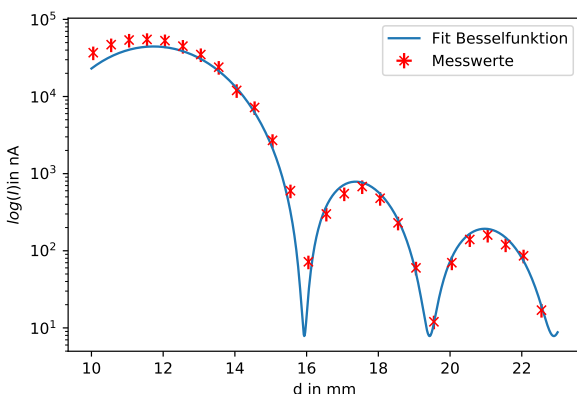


Abbildung 5: Nicht-Linearer Fit für $I(\alpha)$

Die dazu ausgerechneten Residuen sind bei Bedarf im Anhang zu finden und wurden hier lediglich nicht eingefügt, da diese im Kontext der logarithmischen Skala nicht aussagekräftig waren. Die vom Algorithmus bestimmten Parameter samt Unsicherheiten und R^2 sind

Parameter	Wert
A	$(0.290 \pm 0.003) \frac{1}{mm}$
I_0	$(44.5 \pm 2.7) \mu A$
I_{noise}	$(7.8 \pm 2.7) nA$
x_0	$(11.73 \pm 0.07) mm$
R^2	0.9252

Tabelle 1: Fit-Parameter für $I(\alpha)$

Aus dem Parameter A lässt sich nach Umstellen von der Substitution $A = \frac{B}{\lambda l_0}$ nach B mit

$$B = A\lambda l_0, \quad u_B = \sqrt{(A\lambda u_{l_0})^2 + (\lambda l_0 u_A)^2 + (A l_0 u_\lambda)^2} \quad (12)$$

weiterhin ein Wert für den Blendendurchmesser aus den bereits bekannten Werten $\lambda = (636.3 \pm 0.8)nm$ und $l_0 = (1620 \pm 5)mm$ herleiten. Dieser ist dann samt Unsicherheiten

$$B = (0.299 \pm 0.003)mm \quad (13)$$

V Diskussion

Die aus den experimentellen Resultaten ermittelten Werte für die charakteristischen Kenngrößen $\lambda = (636.3 \pm 0.8)nm$ des Lasers, $b = (0.194 \pm 0.004)mm$ des Einfachspaltes und $B = (0.299 \pm 0.003)mm$ der Lochblende stimmen trotz fehlender Literaturwerte bei den letzten beiden schon mit der Erwarteten Grössenordnung überein. Weiterhin ist bei den Laser bekannt, das andere Laser dieser Serie allgemein im rotwelligen Bereich mit $\lambda_{Lit} \approx 633nm$ arbeiten, weshalb der ermittelte Wert gut im Vergleich dazu steht, obwohl eine genauere Untersuchung der Abweichung dieses Wertes auch ausserhalb der Messunsicherheiten bei einen genaueren Literaturwert u.U. diskutiert werden könnte.

Weiterhin stimmen jenseits von Abb.4 die anderen beiden Modelle grafisch gut mit den Messwerten überein. Die vergleichsweise starke Abweichung des linearen Fits in Sektion III von den Messwerten ist im Rahmen der grösseren Unsicherheit selbiger nachzuvollziehen und liegt auch innerhalb der daraus erstellten Fehlerbalken. Eine schärfere Abbildung der Minima am Schirm hätte aber dennoch zur genaueren Messung behilflich sein können.

Letztlich scheint der Fit mit der Bessel-Funktion auf den ersten Blick mit dem Messwerten gut übereinzustimmen, doch aufgrund der logarithmischen Skala ist die scheinbar kleine Abweichung der ersten Messwerte in Wirklichkeit gross mit Abweichungen $y - f(x)$ im Bereich von bis zu $10^4 nA$. Die Residuen befinden sich im Anhang, doch diese starke Abweichung ist womöglich einer vergrösserten Unsicherheit bei der Messung hoher Stromwerte mit dem Multimeter zu verschulden, die auch in der Form einer periodischen Schwankung am Zeiger zu erkennen war. Dennoch stimmt die Theorie grob und im Rahmen der pandemiebedingt eilig gemessenen Werte gut überein und unterstützt die Anwendbarkeit selbiger Modelle auf optische Phänomene dieser Art.

VI Literatur

- [1] Fundamental Physical Constants; National Institute of Standards and Technology; 25. März 2021; <https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?esme>
- [2] Dr. Uwe Müller: *Physikalisches Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik*, 2007

Anhang

March 25, 2021

1 O8 Fraunhofersche Beugung

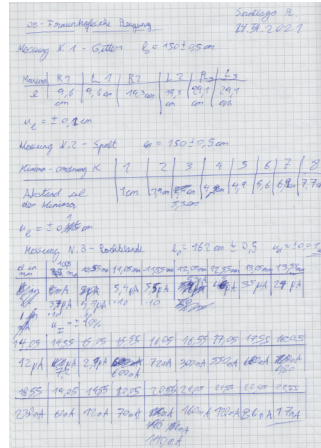
Santiago R., 24.3.2021

```
[381]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
```

2 Messwerte

```
[382]: from IPython.display import Image
Image(filename='Messwerte.png', width = 800, height = 300)
```

[382]:



3 Gitter

```
[383]: #Gitter
l_0 = 150
u_10 = 0.5
k = np.array([-3, -2, -1, 1, 2, 3])
l = np.array([-29.1, -19.3, -9.6, 9.6, 19.3, 29.1])
```

```

alpha = np.arctan(np.array([-29.1, -19.3, -9.6, 9.6, 19.3, 29.1])/1_0)
u_l = np.ones(len(1))*0.1
u_alpha = np.sqrt((u_l/(1_0*(1+1**2/1_0**2)))*2+(1*u_l0/(1_0**2*(1+1**2/
→1_0**2)))*2)

```

Für das von einem Gitter mit Gitterkonstante g erzeugte Interferenzmuster gilt in Abhängigkeit der Ordnung k der abgebildeten Maxima für den Beugungswinkel α

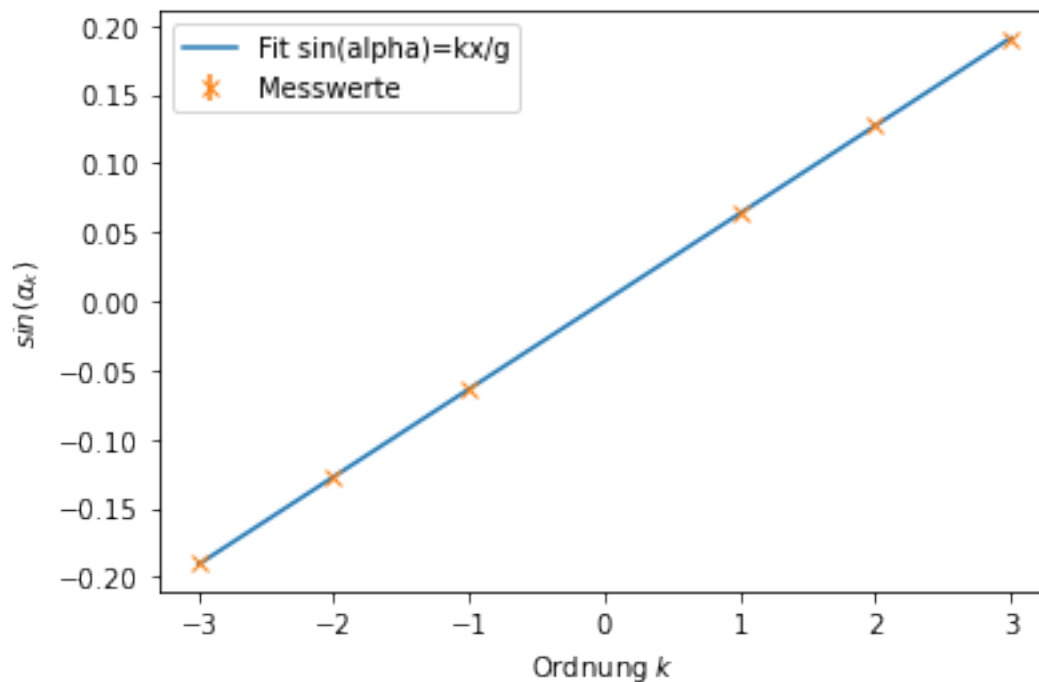
$$\sin(\alpha_k) = k \frac{\lambda}{g}$$

```

[384]: def sin_alpha_k(k, lamda):
        g = 10**(-5)
        sin = k*lamda/g
        return sin
popt, pcov = curve_fit(sin_alpha_k, k, np.sin(alpha), sigma=u_alpha)
plt.plot(k, sin_alpha_k(k, *popt), label="Fit sin(alpha)=kx/g")
plt.errorbar(k, np.sin(alpha), yerr=u_alpha, fmt='o', marker='x', label="Messwerte")
plt.ylabel(r'$\sin(\alpha_k)$')
plt.xlabel("Ordnung "r'$k$')
plt.legend(loc="upper left")
plt.savefig("FitGitter.pdf")
print("Lambda = ", np.round(popt[0]*1e9, 1), "+/-", np.round(pcov[0,0]**0.
→5*1e9, 1), "nm")

```

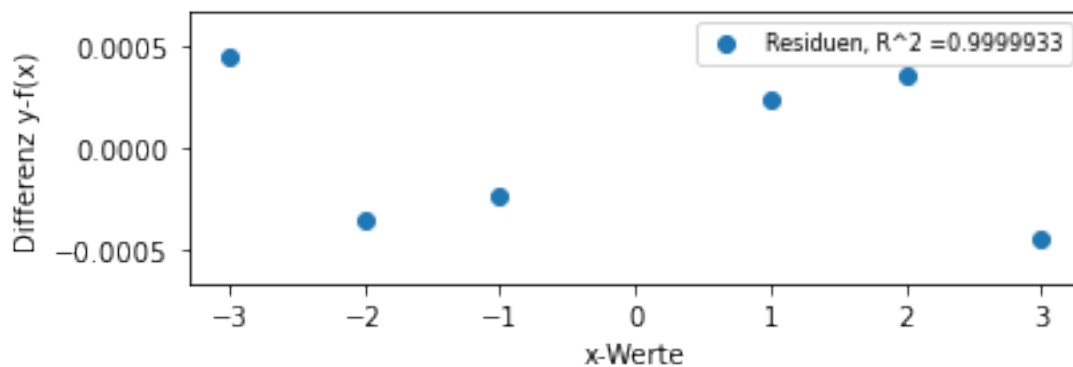
Lambda = 636.3 +/- 0.8 nm



```
[385]: def residuals(f, popt, x, y, res_name):
    residuals = y - f(x,*popt)
    ss_res = np.sum(residuals**2)
    ss_tot = np.sum((y-np.mean(y))**2)
    R_2 = 1 - (ss_res / ss_tot)
    plt.scatter(x,residuals, label='Residuen, R^2 ='+str(np.round(R_2,7)))
    plt.xlabel("x-Werte")
    plt.ylabel("Differenz y-f(x)")
    plt.ylim(-np.abs(max(residuals))*1.5, np.abs(max(residuals))*1.5)
    plt.legend(loc="upper right", prop={'size': 8})
    plt.gca().set_aspect(aspect=int(1/(np.abs(max(residuals))*1.5)))
    #plt.rcParams["figure.figsize"] = (8,1)
    plt.savefig("Residuen"+res_name+".pdf", bbox_inches = "tight")
    print("R^2 =", R_2)
```

```
[386]: residuals(sin_alpha_k, popt, k, np.sin(alpha), "Gitter")
```

R² = 0.9999933316026048



4 Spalte

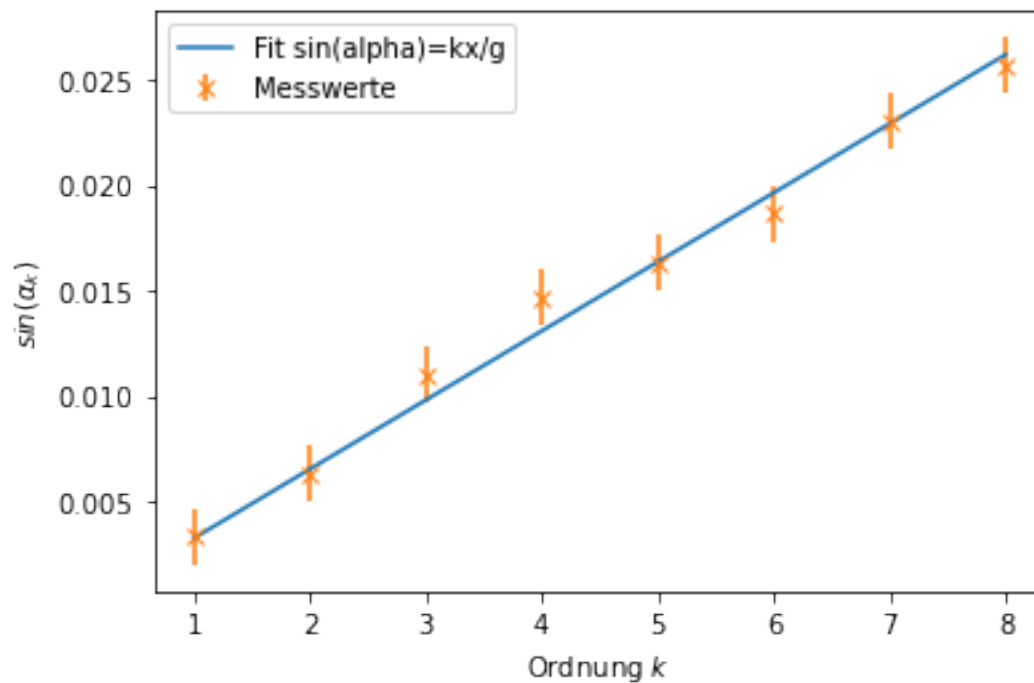
Für das von einem Einfachspalt mit Spaltbreite b erzeugte Interferenzmuster gilt in Abhängigkeit der Ordnung k der abgebildeten Minima für den Beugungswinkel α

$$\sin(\alpha_k) = k \frac{\lambda}{b}$$

```
[387]: #Spalt
l_0 = 150
u_10 = 0.5
k = np.array([1,2,3,4,5,6,7,8])
delta_l = np.arctan(np.array([1, 1.9,3.3,4.4,4.9,5.6,6.9,7.7])/(2*l_0))
u_l = np.ones(len(delta_l))*0.2
u_alpha = np.sqrt((u_l/(l_0*(1+delta_l**2/l_0**2)))**2+(delta_l*u_10/
→ (l_0**2*(1+delta_l**2/l_0**2)))**2)
```

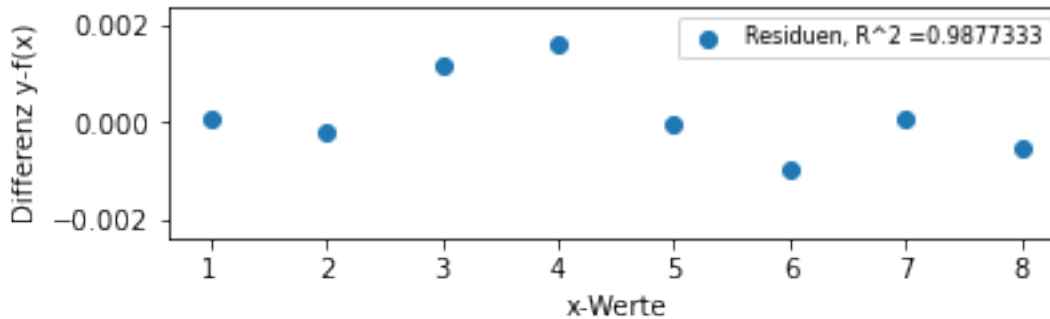
```
[388]: def sin_alpha_k(k,b):
        lamda = 636.3
        sin = k*lamda/b
        return sin
popt, pcov = curve_fit(sin_alpha_k,k,np.sin(delta_l), sigma=u_alpha)
plt.plot(k,sin_alpha_k(k,*popt), label="Fit sin(alpha)=kx/g")
plt.errorbar(k,np.sin(delta_l),
    →yerr=u_alpha,fmt='o',marker='x',label="Messwerte")
plt.ylabel(r'$sin(\alpha_k)$')
plt.xlabel("Ordnung "r'$k$')
plt.legend(loc="upper left")
plt.savefig("FitSpalte.pdf")
print("b = ", np.round(popt[0]/1e6,3), "+/-", np.round(pcov[0,0]**0.5/1e6,3),
    →"mm")
```

b = 0.194 +/- 0.004 mm



```
[389]: residuals(sin_alpha_k, pop, k, np.sin(delta_l), "Spalt")
```

R² = 0.9877332747909656



5 Lochblende

Bei der Lochblende kann der Intensitätsverlauf $I(\alpha)$ nach einer Besselfunktion J_1 erster Ordnung beschrieben werden mit $I(\alpha) = I_0 \left[\frac{J_1(\theta(\alpha)/2)}{\theta(\alpha)/4} \right]^2 + I_{noise}$ mit $\theta(\alpha) = \frac{2\pi B \sin(\alpha)}{\lambda}$

Aus den Messungen für die Position x bezüglich des zentralen Einfallspunktes x_0 des gebeugten Laserstrahls in einem Abstand l_0 zur Lochblende ergibt sich für

den Beugungswinkel α $\tan(\alpha) = \frac{|x-x_0|}{l_0}$ *Im Sinn der Konvergenz des numerischen Fit – Algorithmus kann die obige Beziehung aufgrund der sehr kleinen radialen Ablenkung des Laserstrahls vereinfacht angenähert werden*

$\alpha \approx \tan(\alpha) = \frac{|x-x_0|}{l_0}$ *Damit folgt dann für die oberen Gleichungen mit $A = \frac{B}{\lambda l_0}$ $\theta(x) = 2\pi A |x - x_0| \Rightarrow$*

$$I(x) = I_0 \left[\frac{J_1(\pi A |x-x_0|)}{\pi A |x-x_0|/2} \right]^2 + I_{noise}$$

```
[390]: #Lochblende
l_0 = 162*10 #in mm
u_l0 = 0.5*10
d = np.arange(10.05,23.05,0.5) #in mm
u_d = 0.01
I = np.array([37*1e3,47*1e3,54*1e3,55*1e3,53*1e3,45*1e3,35*1e3,24*1e3,12*1e3,7.
→2*1e3,2.7*1e3,600,72,300,550,680,480,230,60,12,70,140,160,120,86,17]) #in nA
u_I = I*0.2
```

```
[391]: from scipy.special import jv
def bessel(x, A, I_0, I_noise, x_0):
    Bessel = jv(1,np.pi*A*np.abs(x-x_0))
    I = I_0*(Bessel/(np.pi*A*np.abs(x-x_0)/2))**2 + I_noise
    return I
Bessel_Guess = np.array([0.3,3600,0.01,13])
x_test = np.linspace(10,23,1000)
popt, pcov = curve_fit(bessel,d,I, Bessel_Guess, sigma=u_I)
plt.plot(x_test, bessel(x_test, *popt), label="Fit Besselfunktion")
plt.errorbar(d,I, xerr= u_d, yerr=u_I,fmt='o',marker='x',label="Messwerte",
→color="red")
plt.yscale("log")
```

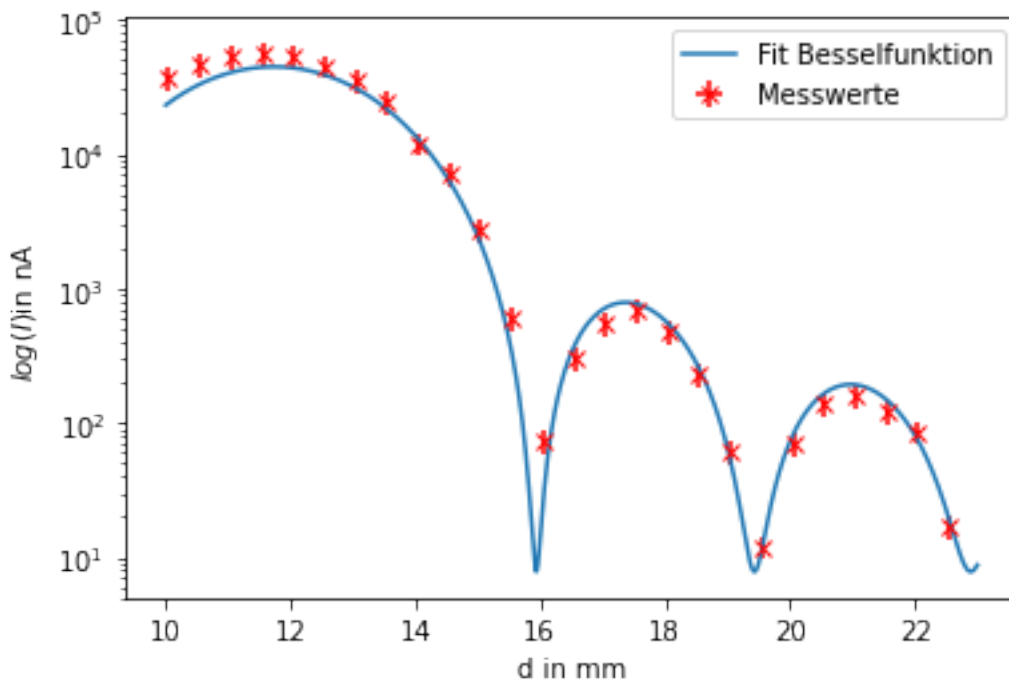


```

plt.ylabel(r'$\log(I)$' "in nA")
plt.xlabel("d in mm")
plt.legend(loc="upper right")
plt.savefig("FitBessel.pdf")
print("A = ", np.round(popt[0],3), "+/-", np.round(pcov[0,0]**0.5,3), "1/mm")
print("I_0 = ", np.round(popt[1]/1e3,3), "+/-", np.round(pcov[1,1]**0.5/1e3,3), "uA")
print("I_noise = ", np.round(popt[2],3), "+/-", np.round(pcov[2,2]**0.5,3), "nA")
print("x_0 = ", np.round(popt[3],3), "+/-", np.round(pcov[3,3]**0.5,3), "mm")

```

A = 0.29 +/- 0.003 1/mm
I_0 = 44.529 +/- 2.679 uA
I_noise = 7.83 +/- 2.693 nA
x_0 = 11.731 +/- 0.071 mm



```

[392]: y = I
x = d
residuals = y - bessel(x, *popt)
ss_res = np.sum(residuals**2)
ss_tot = np.sum((y-np.mean(y))**2)
R_2 = 1 - (ss_res / ss_tot)
plt.scatter(x,residuals, label='Residuen, R^2 ='+str(np.round(R_2,7)))
plt.xlabel("Ordnung "r'$k$')
plt.ylabel("Differenz ")

```

```

plt.yscale("log")
plt.ylim(-max(np.abs(residuals)),max(np.abs(residuals)))
plt.legend(loc="upper right", prop={'size': 8})
plt.gca().set_aspect(aspect=30)
#plt.rcParams["figure.figsize"] = (8,1)
plt.savefig("ResiduenBlende.pdf", bbox_inches = "tight")
print("R^2 =", R_2)
print(residuals)

```

/home/santi/anaconda3/lib/python3.7/site-packages/ipykernel_launcher.py:11:
UserWarning: Attempted to set non-positive bottom ylim on a log-scaled axis.
Invalid limit will be ignored.

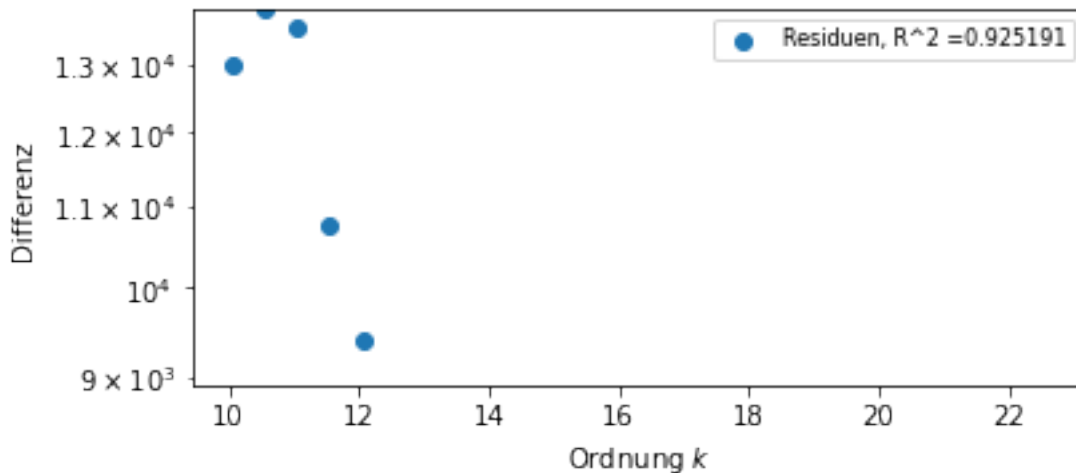
This is added back by InteractiveShellApp.init_path()

R^2 = 0.9251910377313967

```

[ 1.30006537e+04  1.39008605e+04  1.35815997e+04  1.07651027e+04
  9.39594948e+03  6.31604892e+03  4.31951537e+03  2.56472873e+03
 -8.24984268e+02  9.90820913e+02  5.73378075e+02  2.79899554e+02
  4.45830850e+01 -7.80571864e+01 -1.70139038e+02 -8.61311603e+01
 -6.71378936e+01 -2.09626168e+01  8.48663899e+00  4.51204890e-01
 -1.20429495e+01 -2.62207030e+01 -3.19575484e+01 -2.81638575e+01
  1.21809062e+01 -2.12197042e+00]

```



Für den Blendendurchmesser B gilt dann $B = A\lambda l_0, u_B = \sqrt{(A\lambda u_{l_0})^2 + (\lambda l_0 u_A)^2 + (A l_0 u_\lambda)^2}$

```

[393]: def B(A, u_A):
        l_0 = 162*10 #in mm
        u_l0 = 0.5*10
        lamda = 636.3/1e6
        u_lamda = 0.8/1e6

```

```
B = A*lamda*l_0
u_B = np.sqrt((A*lamda*u_l0)**2+(l_0*lamda*u_A)**2+(A*l_0*u_lamda)**2)
return B, u_B
b = np.round(B(popt[0],pcov[0,0]**0.5),3)
print("B = ",b[0], "+/-", b[1], "mm")
```

B = 0.299 +/- 0.003 mm