#### **Newtonsche Ringe**

Santiago R.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Institut für Physik, Humboldt Universität zu Berlin, Deutschland Versuchsleiter: Anne Westen und Sofie Martins, Raum 211 (Abgabe: 27. März 2021; Versuchsdatum: 26.3.2021)

Fallen Wellenstrahlen kohärentes Licht senkrecht auf eine gekrümmte Linse mit Krümmungsradius R unter die sich eine reflektierende Oberfläche befindet, so entsteht aufgrund der Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen den reflektierten Lichtwellen ein ringförmiges Interferenzmuster. Durch untersuchen von Spektrallinien mit bereits bekannter Wellenlänge  $\lambda$  so wie die grüne Hg-Spektrallinie  $\lambda_0 = 546.04nm$  kann somit der Krümmungsradius  $R = (621 \pm 7)mm$  einer verwendeten Konvex-Linse bestimmt werden sowie bei unbekannter Wellenlänge aber mit den oben ermittelten Krümmungsradius die Wellenlängen  $\lambda_{Na} = (592 \pm 7)nm$  und  $\lambda_{Hg} = (428 \pm 7)nm$  für den Na-Dublett und die blaue Hg-Linie einer Natrium und Quecksilberdampflampe.

# I Einleitung und Versuchsaufbau

Newtonsche Ringe, benannt nach dessen Entdecker Isaac Newton, sind Interferenzmuster elektromagnetischer Strahlung die beim senkrechten Einfall von kohärentes Licht auf eine schwach gekrümmte Konvex-Linse mit einer darunter liegenden, reflektierenden Fläche entstehen. Aufgrund der Phasenverschiebung  $\varphi$  zwischen zwei reflektierten Wellenstrahlen bildet sich um den Berührungspunkt der beiden optischen Oberflächen ein ringförmiges Interferenzmuster mit sowohl konstruktiver als auch destruktiver Interferenz.



Abbildung 1: Aufbau

Der Aufbau des Versuches besteht im wesentlichen aus einer schwach gekrümmten, konvexen Linse mit Krümmungsradius R, die auf einer ebenen Glasplatte liegt und auf die eine Lichtquelle gerichtet ist. Jenseits vom Berührungspunkt bezeichnet d den Abstand der Linse zur Glasplatte und r bezeichnet den Abstand einer Komponente der Newtonschen Ringe vom Berührungspunkt in der Mitte der Linse. Mithilfe eines Spiegelsystems fallen die kohärenten (also mit zeitlich konstanter Phasendifferenz versehenen) Wellenstrahlen einer Quecksilberdampf- oder Natriumlampe senkrecht auf die Linse und werden an der ebenen Glasplatte wieder reflektiert, wobei das ringförmige Interferenzmuster der Newtonschen Ringe entsteht. Diese können dann mithilfe eines Objektives mit eingebauter Messskala im Millimeterbereich beobachtet und r ausgemessen werden. Aus der geometrischen Beziehung von Abb.1 folgt hierzu [2]

$$R^{2} = (R-d)^{2} + r^{2} \quad \Leftrightarrow \quad r^{2} = 2Rd - d^{2}$$
 (1)

wobei der Parameter  $d^2$  im zweiten Term auch vernachlässigbar ist, da  $2Rd >> d^2$ . Das einleuchtende Licht der beiden, nach Wahl einsetzbaren Lampen kann zusätzlich mithilfe von Filtern auf ein bestimmtes Spektralbereich weiter eingegrenzt werden. Im Rahmen dieses Versuches wird der Abstand  $r_k$  der am Ringmuster entstehenden Minima gemessen werden, da diese eindeutiger auf dem Objektiv zu erkennen sind. Für den Zusammenhang zwischen den Abstand  $r_k$  und der Lichtwellenlänge gilt nach [2]

$$d_k = \frac{\lambda}{2}k \quad \Rightarrow \ in \ (1) \ \Rightarrow \ r_k^2 = R \cdot \lambda \cdot k$$
 (2)

Hieraus kann anschließend der Krümmungsradius Roder die Wellenlänge  $\lambda$  aus der Steigung  $A = R\lambda$  einer linearen Regression mit  $r_k^2 = Ak + r_0$  bestimmt werden, wobei  $r_0$  als Korrektionsparameter dient.

## II Versuche und Auswertung

#### II.1 Bestimmung des Krümmungsradius R der Linse

Zuerst wurde zur Bestimmung des Krümmungsradius *R* die Messung mit einem grünen Filter vor der als Lichtquelle dienenden Quecksilberdampflampe durchgeführt und die bekannte Wellenlänge  $\lambda_0 = 546.04nm$ der grünen Emissionslinie von Hg zur Bestimmung von *B* verwendet. Es wurde eine Messunsicherheit von  $u_{r_i} = 0.05mm$  aus der Ableseunsicherheit von 0.01mm der Drehschraube samt der Unschärfe der Auflösung der Minima durch Vergleich der Position der Drehschraube an den Rändern des ersten Minima abgeschätzt. Zur genaueren Messung von r wurde weiterhin nicht direkt der Hauptmaxima an der Mitte des Interferenzmusters und somit der Linse als Referenzpunkt genommen, da dieser sehr breit ausgeprägt und dessen Mittelpunkt somit nur sehr schwer erkennbar war. Anstattdessen wurden die Positionen  $r_1$  und  $r_2$ desselben Minimas an den beiden Seiten aufgenommen und mit

$$r^{2} = \left[\frac{|r_{2} - r_{1}|}{2}\right]^{2}, \ u_{r^{2}} = 2r\sqrt{(u_{r_{i}}/2)^{2} + (u_{r_{i}}/2)^{2}}$$
 (3)

die Werte  $r^2$  gemeinsam mit dem fortgepflanzten Unsicherheiten  $u_{r^2}$  für den Fit bestimmt. Mit der Modellfunktion nach (2) folgt hier



**Abbildung 2:** Linearer Fit für  $r_k^2$ , grüne Hg-Linie

Der Fit wurde nach einem Verfahren der kleinsten Quadrate  $min(\chi^2)$  unter Gewichtung mit  $u_{r^2}$  numerisch erstellt und ein Parameter R samt Unsicherheit für den Krümmungsradius bestimmt von

$$R = (621 \pm 7)mm \tag{4}$$

### II.2 Bestimmung der Wellenlänge $\lambda_{Na}$ des Na-Dubletts

Zur Bestimmung der Wellenlänge  $\lambda_{Na}$  des Na-Dubletts wurde nun anstelle der Quecksilberdampflampe eine Natrium Lampe als Lichtquelle verwendet und der Filter vollständig entfernt, da Natrium im sichtbaren Spektrum ausschliesslich die beiden Emissionslinien des Dubletts aufweist. Aufgrund der näheren und schärferen Auflösung der Minima wird anders als in (II.1) nur die Ableseunsicherheit  $r_i = 0.01mm$  des Drehschiebers bei den Messwerten einbezogen. Jenseits davon bleibt die angegebene Gleichung und Fehlerfortpflanzung (3) der Werte  $r^2$  für den Fit nach analoger Argumentation erhalten. Es wird lediglich noch durch die Substitution  $A = R\lambda$  eine vereinfachte Fit-Funktion verwendet

$$r_k^2 = Ak + r_0 , \quad A = R\lambda \tag{5}$$

die später dann bei bekannten R und  $u_R$  auf  $\lambda$  und  $u_\lambda$  zurückgeführt werden kann. Es wird weiterhin ein Algorithmus zum Minimieren von  $\chi^2$  beim Fitten verwendet und sowohl das  $\chi^2/dof$  als auch  $R^2$  des Fits mitsamt der Residuen beigefügt- eine qualitative Auswertung davon befindet sich in der Diskussion (III).



**Abbildung 3:** Linearer Fit für  $r_k^2$ , gelbes Na-Dublett

Daraus ergibt sich dann ein Fit-Parameter A von

$$4 = (0.3676 \pm 0.0009)mm^2 \tag{6}$$

der durch Umstellen von Gleichung (4) auf die Wellenlänge des Natrium-Dubletts zurückgeführt werden kann mit

$$\lambda = \frac{A}{R} , \ u_{\lambda} = \sqrt{\left(\frac{u_A}{R}\right)^2 + \left(\frac{Au_R}{R^2}\right)^2}$$
(7)

Aus den ermittelten Werten (4) und (6) folgt somit

$$\lambda_{Na} = (592 \pm 7)nm \tag{8}$$

### II.3 Bestimmung der Wellenlänge $\lambda_{Hg}$ der blauen Hg-Linie

Als letzte Messreihe in diesem Versuch wurde die Quecksilberdampflampe erneut in die Versuchsanordnung eingebaut und mit dem blauen Filter ausschliesslich die Newtonschen Ringen der blauen Hg-Linie untersucht. Analog zum Verfahren in II.2 kann dann aus dem bereits bekannten Krümmungsradius R die Wellenlänge der blauen Emissionslinie von Quecksilber bestimmt werden. Anders als bei dem Natrium-Dublett wird hier jedoch die Messunsicherheit der Positionen  $r_i$  wieder nach derselben Abschätzung wie in II.1 auf  $u_{r_i} = 0.05mm$  erhöht- ausserdem erschwerte hier zusätzlich das vergleichbar dunkle violette Licht das klare Unterscheiden der Grenzen zwischen Minima und Maxima.

Aus der Berechnung der Werte  $r^2$  für den Fit nach (3) und mit der selben, vereinfachten Modelfunktion (5) aus II.2 folgt dann



**Abbildung 4:** Linearer Fit für  $r_k^2$ , blaue Hg-Linie

mit einer numerisch festgestellten Steigung A von

$$A = (0.265 \pm 0.003)mm^2 \tag{9}$$

Mit diesem Wert und (4) lässt sich nun analog nach Gleichung (7) die Wellenlänge der blauen Hg-Linie berechnen als

$$\lambda_{Hg} = (428 \pm 7)nm \tag{10}$$

## **III Diskussion**

Für die Diskussion der Messergebnisse wird zunächst ein Vergleich mit dem Werten aus der Literatur durchgeführt. Die aus Quellen wie [1] entnehmbaren Messwerte für die ermittelten Wellenlängen  $\lambda$  des Na-Dubletts und der blauen Hg-Linie lauten jeweils  $\lambda_{Na_L} = [588.9951nm, 589.5924nm]$  -beim Na-Dublett handelt es sich schliesslich um zwei dicht beieinander liegenden Spektrallinien- und  $\lambda_{Hq_L} = 435.83 nm$ . Dieser Werte sind konsistent mit dem aus dem Fits ermittelten Wellenlängen von  $\lambda_{Na} = (592 \pm 7)nm$  und  $\lambda_{Hq} = (428 \pm 7)nm$ , wobei sich diese unter Betracht der angegebenen Unsicherheiten mit den Werten aus der Literatur überlappen. Bereits an den Unsicherheiten ist auch zu erkennen, dass bei der Bestimmung der Wellenlänge des Na-Dubletts eine Auflösung der einzelnen Linien mit dieser Versuchsanordnung nicht möglich ist. Jedoch weist die Konsistenz der ermittelten Wellenlängen mit ihren Werten aus der Literatur auf eine ebenfalls ausreichende Näherung von  $R = (621 \pm 7)mm$  an den echten Wert trotz einem fehlenden Datenblatt der verwendeten Linse zum Vergleich dieses letzten Wertes mit einer weiteren Quelle.

Trotz der oben angesprochenen Übereinstimmungen sind jedoch immer noch die Qualität der Fits auszuwerten. Diese sind insbesondere von den  $\chi^2/dof$  gegeben, die bei Werten näher an die 1 auf eine bessere Übereinstimmung der ermittelten Fitfunktion mit den Messwerten hinweisen. Bei allen drei Fits beträgt dieser Wert  $\chi^2/dof = 0.94737$ , was auf eine gute Übereinstimmung hindeutet, aber mit  $\chi^2/dof < 1$  ebenfalls eine leichte Überschätzung des Fehlers vermuten lässt. Dies ist insbesondere daran zu erkennen, dass die Residuen der drei Fits im wesentlichen unter den angegebenen Unsicherheiten bleiben. Eine in Wirklichkeit etwas kleinere Unsicherheit wäre somit, so wie vom  $\chi^2/dof < 1$  angegeben, hier in Betracht zu ziehen.

Allgemein bleiben die oben angegebenen Messwerte und ermittelten Parameter samt Unsicherheiten jedoch sehr wohl im Rahmen der theoretischen Erwartungen und Modelfunktionen. Insofern unterstützen die experimentellen Ergebnisse dieses Versuches die vorgestellten Thesen und verstärken das Argument für die Anwendbarkeit selbiger zur Beschreibung von Phänomenen wie die Newtonschen Ringe.

## **IV** Literatur

- [1] Fundamental Physical Constants; National Institute of Standards and Technology; 27. März 2021; https://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/ Value?esme
- [2] Dr. Uwe Müller: Physikalisches Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik, 2007

# Auswertung O6

March 26, 2021

## 1 O6 Newtonsche Ringe

Santiago R. , 26.3.2021

```
[1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
```

# 2 Messwerte

```
[2]: from IPython.display import Image
Image(filename='Messwerte.png', width = 800, height = 300)
```

```
[2]:
```



Hinweis: Bei Messung N.3 wurden ab k > 12 die Einträge mit 23cm fehlerhaft mit 24cm für die erste Messreihe eingetragen. Insofern wurde beim digitalisieren der Messwerte die Korrektur -1cm für diese Fehleinträge vorgenommen

3 Bestimmung des Krümmungsradius R der Linse mit der grünen Hg-Linie  $\lambda=546.074nm$ 

```
[3]: #Grüne Hg Linie
     lamda = 546.074
     k = np.arange(1,21,1)
     r1 = np.array([25.24,24.98,24.805,24.635,24.515,24.41,24.31,24.2,24.105,24.
     ↔01,23.91,23.83,23.75,23.655,23.58,23.5,23.44,23.37,23.3,23.24])
     r2 = np.array([26.21,26.45,26.64,26.8,26.96,27.11,27.24,27.37,27.47,27.565,27.
     ↔66,27.775,27.88,27.97,28.04,28.13,28.215,28.29,28.37,28.44])
     u ri = 0.05
     r_Hg1 = (r2-r1)/2
     u_rt_sqr = (np.sqrt((u_ri/2)**2+(u_ri/2)**2))*2*r_Hg1
[4]: def r_square(k, R, r_0):
         lamda = 546.074*1e-6 #in mm
         r = R*k*lamda+r_0
         return r
     popt, pcov = curve_fit(r_square,k,r_Hg1**2, sigma=u_rt_sqr,absolute_sigma=True)
     plt.plot(k,r_square(k,*popt), label="Fit "r'$r^2 = kR\lambda +r_0$')
     plt.scatter(k, r_Hg1**2)
     plt.errorbar(k,r_Hg1**2, yerr=u_rt_sqr,fmt='o',marker='x',label="Messwerte")
     plt.ylabel(r'$r^2(k)$')
     plt.xlabel("Ordnung "r'$k$')
    plt.legend(loc="upper left")
     plt.savefig("FitRadius.pdf")
     R = popt[0]
     u_R = pcov[0,0] **0.5
     print("R = ", np.round(R,0), "+/-", np.round(u_R,0), "mm")
```

R = 621.0 + / - 7.0 mm



```
[5]: def residuals(f, popt, x, y, res_name):
         residuals = y - f(x,*popt)
         ss_res = np.sum(residuals**2)
         ss_tot = np.sum((y-np.mean(y))**2)
         R_2 = 1 - (ss_res / ss_tot)
         stdev = np.sqrt(ss_res/(len(x)-2))
         chisq = np.sum((residuals/stdev)**2)
         dof = len(x)-1
         chisq_dof = chisq/dof
         plt.scatter(x,residuals, label='Residuen, R^2 ='+str(np.round(R_2,5))+',

→X<sup>2</sup>/dof ='+str(np.round(chisq_dof,5)))

         plt.xlabel("x-Werte")
         plt.ylabel("Differenz y-f(x)")
         plt.ylim(-np.abs(max(residuals))*1.5, np.abs(max(residuals))*1.5)
         plt.legend(loc="upper right", prop={'size': 8})
         plt.gca().set_aspect(aspect=20)
         #plt.rcParams["figure.figsize"] = (8,1)
         plt.savefig("Residuen"+res_name+".pdf", bbox_inches = "tight")
         print("R^2 =", R_2)
         print("X^2/dof =", chisq_dof)
```

[6]: residuals(r\_square, popt, k, r\_Hg1\*\*2 , "Radius")

```
R<sup>2</sup> = 0.9987893566895426
X<sup>2</sup>/dof = 0.9473684210526317
```



# 4 Bestimmung der Wellenlänge $\lambda_{Na}$ des Na-Dubletts mit dem Krümmungsradius R

```
[7]: #Gelbes Natrium Dublett
     k = np.arange(1,21,1)
     r1 = np.array([25.12, 24.915, 24.715, 24.56, 24.44, 24.34, 24.23, 24.12, 24.02, 23.92, 23.
     ↔825,23.745,23.65,23.56,23.48,23.41,23.34,23.26,23.19,23.12])
     r2 = np.array([26.325, 26.53, 26.75, 26.92, 27.085, 27.22, 27.35, 27.455, 27.575, 27.
     →69,27.80,27.90,27.99,28.085,28.17,28.25,28.345,28.41,28.49,28.58])
     r_Na = (r2-r1)/2
     u ri = 0.01
     u_rt_sqr = (np.sqrt((u_ri/2)**2+(u_ri/2)**2))*2*r_Na
[8]: def r_square(k, A, r_0):
         r = A*k+r 0
         return r
     popt, pcov = curve_fit(r_square,k,r_Na**2, sigma=u_rt_sqr, absolute_sigma=True)
     plt.plot(k,r_square(k,*popt), label="Fit "r'$r^2 = Ak +r_0$')
     plt.scatter(k, r_Na**2)
     plt.errorbar(k,r_Na**2, yerr=u_rt_sqr,fmt='o',marker='x',label="Messwerte")
     plt.ylabel(r'$r^2(k)$')
     plt.xlabel("Ordnung "r'$k$')
     plt.legend(loc="upper left")
     plt.savefig("FitWellenlaengeNa.pdf")
     print("A = ", popt[0], "+/-", pcov[0,0]**0.5, "mm^2")
     print("Wellenlänge d = ", popt[0]/R *1e6, "+/-", np.sqrt((pcov[0,0]**0.5/
      →R)**2+(popt[0]*u_R/(R**2))**2)*1e6 , "nm")
```

```
A = 0.3676100288596641 +/- 0.0008561981524934133 mm<sup>2</sup>
Wellenlänge d = 591.9127833814013 +/- 6.985775769354017 nm
```



[9]: residuals(r\_square, popt, k, r\_Na\*\*2 , "LambdaNa")

R<sup>2</sup> = 0.9990239359281603 X<sup>2</sup>/dof = 0.9473684210526314



# 5 Bestimmung der Wellenlänge $\lambda_{Hg}$ de blauen Hg-Linie mit dem Krümmungsradius R

```
[10]: #Blaue Hg Linie
      k = np.arange(1,21,1)
      r1 = np.array([25.33,25.105,24.94,24.81,24.67,24.56,24.48,24.39,24.32,24.24,24.24])
      →155,24.07,23.99,23.92,23.855,23.79,23.73,23.66,23.59,23.52])
      r2 = np.array([26.125, 26.36, 26.54, 26.66, 26.805, 26.945, 27.06, 27.165, 27.265, 27.
      →36,27.44,27.53,27.61,27.68,27.775,27.86,27.98,28.05,28.07,28.15])
      r Hg2 = (r2-r1)/2
      u ri = 0.05
      u_rt_sqr = (np.sqrt((u_ri/2)**2+(u_ri/2)**2))*2*r_Hg2
[11]: def r_square(k, A, r_0):
         r = A*k+r_0
          return r
      popt, pcov = curve_fit(r_square,k,r Hg2**2, sigma=u_rt_sqr, absolute_sigma=True)
      plt.plot(k,r_square(k,*popt), label="Fit "r'$r^2 = Ak +r_0$')
      plt.scatter(k, r_Hg2**2)
      plt.errorbar(k,r_Hg2**2, yerr=u_rt_sqr,fmt='o',marker='x',label="Messwerte")
      plt.ylabel(r'$r^2(k)$')
      plt.xlabel("Ordnung "r'$k$')
      plt.legend(loc="upper left")
      plt.savefig("FitWellenlaengeHg.pdf")
      print("A = ", popt[0], "+/-", pcov[0,0]**0.5, "mm^2")
      print("Wellenlänge d = ", popt[0]/R *1e6, "+/-", np.sqrt((pcov[0,0]**0.5/
       →R)**2+(popt[0]*u_R/(R**2))**2)*1e6 , "nm")
```

A = 0.26566724272774184 +/- 0.003404229428289404 mm<sup>2</sup> Wellenlänge d = 427.76808234541187 +/- 7.3851531289044905 nm



[12]: residuals(r\_square, popt, k, r\_Hg2\*\*2 , "LambdaHg")

R<sup>2</sup> = 0.997182944245223 X<sup>2</sup>/dof = 0.9473684210526315

![](_page_9_Figure_3.jpeg)

# 6 Bilder der Ringe

![](_page_10_Figure_1.jpeg)

[14]:

![](_page_11_Picture_0.jpeg)

[15]: #Hg Blaue Spektrallinie Image(filename='20210326\_122757.jpg', width = 800, height = 300)

[15]:

![](_page_12_Picture_0.jpeg)

## 7 Fragen

1. Die Newtonschen Ringe sind nicht nur bei Reflexion sondern auch in Durchsicht zu beobachten. Wie muss Abb. 12.3 ergänzt werden, um diese Erscheinung zu erklären? Man müsste die Brechung des hindurchleuchtenden Lichts ergänzen beim Übergang Luft-Glas und dann wieder Glas-Luft. Eine dementsprechende scheinbare Verschiebung der Lage und Abstände der Ringe wäre damit auch je nach Wellenlänge unterschiedlich stark zu erwarten.

2. Wie sehen Newtonsche Ringe bei Beleuchtung der Anordnung mit weißem Licht aus? Aufgrund der Wellenabhängigkeit der Brechung und weil die Wellenstrahlen des Lichts Newtonscher Ringe bei der Reflexion und den somit erneuten Durchgang durch die Linse unterschiedlich gebrochen werden, erscheinen diese regenbogenartig, mit Ringen unterschiedlicher Farben und somit Wellenlängen an unterschiedlichen Abständen  $r_i$  vom Mittelpunkt der Linse, auch bei gleicher Ordnung der Maxima/Minima

3. Welche Bedingung gilt für die Radien der hellen Newtonschen Ringe? Warum werden im Versuch die Radien der dunklen Ringe ausgewertet? Die Radien der hellen newtonschen Ringe sind zum einen unscharfer definiert und somit schwieriger eindeutig zu messen. Ausserdem gilt nach Gleichung (12.2) im Skript die gegebene Bedingung nur für die Minima der Ringe

4. Wie ändern sich die grafischen Darstellungen r k 2 = f(k), wenn die Linse die Glasplatte nicht einwandfrei berührt? Aufgrund der Zunahme des Abstands d würde sich die Phasenverschiebung verändern und somit auch die Lage r der Minima/Maxima der Newtonschen Ringe.