



Grundpraktikum I

M5 Oberflächenspannung

Santiago Rodriguez

16. Juni 2019

Student: Santiago Rodriguez
santiago.rodriguez@physik.hu-berlin.de

Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	1
2	Versuchsaufbau und Durchführung	2
3	Abhängigkeit der Federauslenkung von der Belastung am Balken bei der Bügelmethode	3
4	Messung der Oberflächenspannung von Wasser nach der Bügelmethode	4
5	Messung der Oberflächenspannung von Wasser nach der Kapillarmethode	5
6	Diskussion und Vergleich der Messergebnisse beider Methoden für die Ermittlung der Oberflächenspannung vom Wasser	6
7	Literaturverzeichnis	6

1 Abstract

Die Oberflächenspannung eines flüssigen Stoffes ist eine physikalische Proportionalitätskonstante, die die Stoffabhängigkeit der anziehenden Kraft zwischen den einzelnen Molekülen in der Flüssigkeit beschreibt. Sie erinnert in diesem Sinne an die Federkonstante, die die Abhängigkeit der Federkraft von den unterschiedlichen Eigenschaften der ausgedehnten oder komprimierten Feder beschreibt (Einheit: $[\frac{kg}{s^2}]$). Diese anziehende Kraft zwischen den Teilchen in der Flüssigkeit entsteht durch die sogenannte Kohäsion, die zwischen den einzelnen Molekülen innerhalb eines Wirkungsradius der Größenordnung $10^{-8}m$ wirkt, und die an der Grenzfläche der Flüssigkeit mit einem unterschiedlichen Stoff eine senkrechte Kraft ins innere der Flüssigkeit auf die an der Grenzfläche liegenden Moleküle ausübt. Im Innern des Fluids heben sich die anziehenden Kräfte zwischen den einzelnen Molekülen untereinander auf, weshalb der sogenannte Kohäsionsdruck (der Quotient aus der anziehenden Kraft und die Fläche, entlang der sie in der Flüssigkeit wirkt) prinzipiell nur an der Grenzfläche des flüssigen Mittels beobachtet werden kann. Ziel dieses Versuches ist nun, den Kohäsionsdruck und die ins innere des Fluids gerichtete Kraft experimentell zu messen um mit den ermittelten Messwerten die Oberflächenspannung σ vom Wasser zu bestimmen. Hierfür sollen zwei unterschiedliche Messmethoden angewendet werden, die dann in der Diskussion miteinander verglichen und mit der theoretischen Vorhersage durch die Eötvössche Regel überprüft werden sollen.

2 Versuchsaufbau und Durchführung

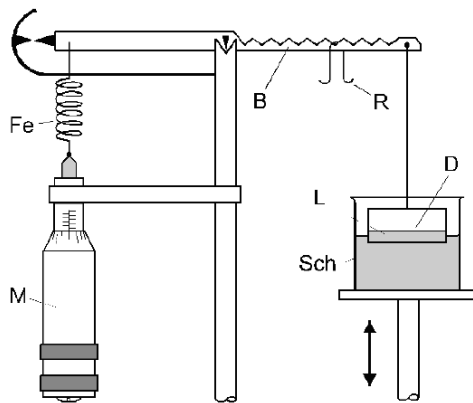


Abb. Bügelmethode

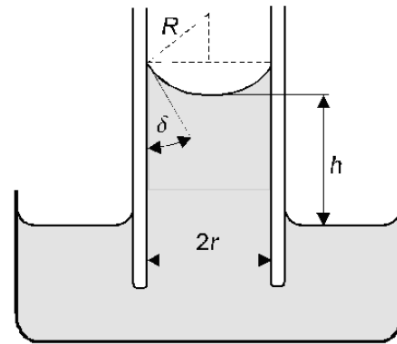


Abb. Kapillarsteighöhenmethode

Abbildung 1: Aufbauskiizen

Die im Abstract bereits erwähnten Messmethoden sind die sogenannten Bügel- und Kapillarsteighöhenmethoden. Bei der Bügelmethode (Abbildung links) wird an einem im Gleichgewicht aufgestellten Balken B auf dem einen Ende eine Spannfeder Fe und am anderen Ende ein Drahtbügel D aufgehängt, der wiederum innerhalb eines Glasschälchens Sch in die Messflüssigkeit W eingetaucht wird. An dem Messdraht ist eine Flüssigkeitlamelle der Fläche L angehaftet, die den Drahtbügel senkrecht in die Flüssigkeit zu ziehen versucht, während die am anderen Ende aufgestellte Feder mithilfe eines Drehknöbels M so eingestellt werden kann, dass sie die am Drahtbügel angreifende Kohäsionskraft des Wassers kompensiert (d.h., es gilt dann $F_{fe} = F_{\sigma}$). Bei der Kapillarsteighöhenmethode (Abbildung rechts) wird eine Kapillare mit bekanntem Radius r in ein mit Wasser gefüllten Behälter eingetaucht und die Steighöhe h des Wassers innerhalb des Kapillars gemessen. Die Schwerkraft wirkt hier nach unten und in entgegengesetzter Richtung zur Kohäsionskraft. Bei reinen Kapillaren und Messflüssigkeiten kann dann hiermit die in dieser Versuchsreihe nach oben wirkende Kohäsionskraft berechnet werden. Für beide Versuche gelten somit folgende Beziehungen für die Kohäsionskraft F_{σ} und die Oberflächenspannung σ ;

1. Bügelmethode

$$F_{\sigma} = 2l\sigma \Leftrightarrow \sigma = \frac{F_{\sigma}}{2l} \text{ und } F_{fe} = F_{\sigma}$$

2. Kapillarsteighöhenmethode

$$F_{\sigma} = 2\pi r\sigma \Leftrightarrow \sigma = \frac{F_{\sigma}}{2\pi r} \text{ und } F_g = F_{\sigma}$$

3 Abhängigkeit der Federauslenkung von der Belastung am Balken bei der Bügelmethode

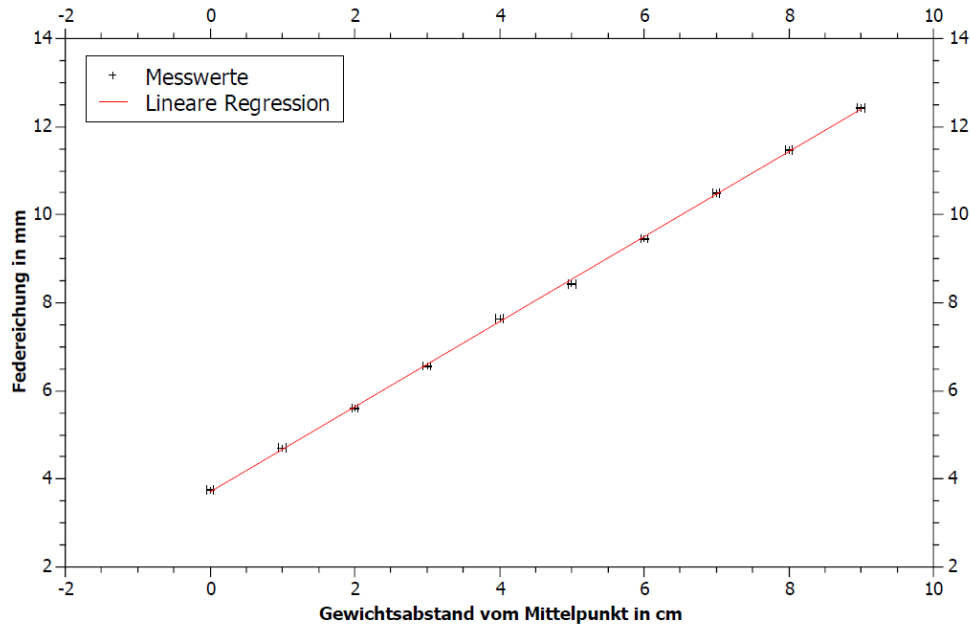


Abbildung 2: $d(s)$ Diagramm

Bevor die Oberflächenspannung mithilfe der Bügelmethode ermittelt werden kann, muss nun die Federwaage kalibriert und die Abhängigkeit zwischen der Federauslenkung $d(s)$ und die Belastung der Waage quantifiziert werden. Hierfür wurde am Balken in jeweils gleichen Abständen $s \in [0, 9]cm \subset N$ vom Schwerpunkt der Waage ein kleines Gewicht der trägen Masse $m = 1,29g \pm 0,01g$ aufgehängt, so dass die vom Schwerfeld ausgerichtete Kraft auf den Balken linear anstieg. Für die am Balken angreifende Schwerkraft und die kompensierende Federkraft gilt nun allg. ;

$$F_{fe} = kd \quad , F_g = g(m_0 + m \frac{s}{r}) \quad , F_{fe} = F_g \quad \Rightarrow \quad k = \frac{(m_0 + m \frac{s}{r})g}{d}$$

,wobei nun die Hebellänge r des Balkens mit $r = 10cm \pm 0,1cm$ gemessen werden konnte, die Masse m_0 des Balkens aber unbekannt blieb. Um dieses Problem zu umrunden kann mithilfe eines Gleichungssystems die Masse m_0 durch zwei weitere Messwerte für die Federauslenkung d und den Gewichtsabstand s substituiert werden, so dass für die Federkonstante der Versuchsanordnung gilt

$$k = \frac{mg}{r} \cdot \frac{(s_1 - s_2)}{(d_1 - d_2)} \quad \Rightarrow \quad k = 1,4 \frac{kg}{s^2} \pm 0,02 \frac{kg}{s^2}$$

4 Messung der Oberflächenspannung von Wasser nach der Bügelmethode

	Anfangseichung	Endeichung
1	3,77	9,95
2	3,81	10,05
3	3,74	9,88
4	3,73	9,89
5	3,77	9,9
6	3,81	9,94

Abbildung 3: Federeichungen beim Kräftegleichgewichtszustand in $mm \pm 0,05mm$

Da nun die Federwaage kalibriert worden ist und die Proportionalitätskonstante $k = 1,4 \frac{kg}{s^2} \pm 0,02 \frac{kg}{s^2}$ der Feder rechnerisch ermittelt wurde, besteht an dieser Stelle die Möglichkeit, die Oberflächenspannung vom Wasser mithilfe der Beziehung $F_{fe} = F_g + F_\sigma$ beim Kräftegleichgewichtszustand der Balkenwaage zu bestimmen. Hierzu wird in der Messanordnung die Balkenwaage auf den Kräftegleichgewichtszustand gebracht, während der $l = 6cm \pm 0,1cm$ lange Drahtbügel noch vollständig im Wasser eingetaucht ist. Der Wert für die Anfangseichung der Feder wird an dieser Stelle abgelesen. Danach werden sowohl die Glasschale als auch die Federauslenkung langsam so eingestellt, dass der Kräftegleichgewichtszustand erhalten bleibt während der Drahtbügel kontinuierlich mit einer an seiner Oberfläche anhaftenden Wasserlamelle aus dem Fluid gezogen wird. Sobald die Wasserlamelle am Drahtbügel dann abrupt losreißt, wird die Endeichung der Feder am Moment des Abrisses gemessen. Bei der Anfangseichung d_1 gilt für den Kräftegleichgewicht $F_g = F_{fe} = kd_1$, da $F_\sigma = 0$. Für die Endeichung d_2 wird der Drahtbügel nun so weit aus dem Wasser gezogen, dass die Kohäsionskraft durch die im Versuchsaufbau erwähnte Beziehung $F_\sigma = 2l\sigma = max.$ beschrieben werden kann. Somit folgt für das Kräftegleichgewichtszustand und die Oberflächenspannung bei einer Zimmertemperatur von $T = 24,3C \pm 0,3C$;

$$F_{fe} = F_g + F_\sigma \Leftrightarrow kd_2 = kd_1 + 2l\sigma \Rightarrow \sigma = \frac{(d_2 - d_1)k}{2l} \quad u_\sigma = \left(\frac{u_d}{d_2 - d_1} + \frac{u_k}{k} - \frac{2u_l}{l} \right) \sigma$$

Für die Mittelwerte der Messwerte,

$$d_1 = 3,7716 \cdot 10^{-3}m \quad d_2 = 9,936 \cdot 10^{-3}m \quad k = 1,4 \frac{kg}{s^2} \quad l = 6cm$$

und die Unsicherheiten,

$$u_d = 0,05 \cdot 10^{-3}m \quad u_l = 0,1 \cdot 10^{-2}m \quad u_k = 0,02 \frac{kg}{s^2}$$

folgt nun;

$$\sigma_B = (0,072 \pm 0,0014) \frac{kg}{s^2}$$

5 Messung der Oberflächenspannung von Wasser nach der Kapillarmethode

	Kapillardurchmesser in mm	Unsicherheit Kapillardurchmesser	Wasserhöhe in mm	Unsicherheit Wasserhöhe
1	0,94	0,02	13,5	0,1
2	0,95	0,02	18,5	0,5
3	0,77	0,014	6,2	0,1
4	0,44	0,012	60	0,1

Abbildung 4: Wasserhöhe in Abhängigkeit des Kapillardurchmessers

Bei der Kapillarsteighöhenmethode wird die Oberflächenspannung anstatt mit der wesentlich komplexeren Kompensationsanordnung der Bügelmethode mithilfe eines deutlich einfacheren Aufbaus ermittelt. Hierbei handelt es sich um einen einfachen Kapillar mit einem inneren Durchmesser der Größenordnung $10^{-4}m$, der in eine Glasschale mit Wasser eingetaucht wird. Aufgrund der Kohäsion vom Fluid steigt mithilfe einer kurzen Druckanregung eine Wassersäule entlang des zylinderförmigen Innenraums im Kapillar bis auf eine konstante Höhe h . Bei dieser Höhe, die sehr stark von der Stoffreinheit des Fluids und des Kapillarinnenraums abhängt, stellt sich dann ein Kräftegleichgewicht zwischen der an der Wassersäule angreifenden Schwerkraft und die in diesem Aufbau nach oben ziehende Kohäsionskraft. Es gilt somit;

$$F_g = mg = \rho_w \pi h r^2 \cdot g \quad F_\sigma = l\sigma = 2\pi r\sigma \quad \text{u. da } F_g = F_\sigma$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{\rho_w h r g}{2} \quad u_\sigma = \left(\frac{u_r}{r} + \frac{u_h}{h} \right) \frac{g \rho_w \sigma}{2}$$

Nach diesen Zusammenhang ergibt sich nun für die vier gemessenen Kapillare

$$\sigma_{k1} = 0,031 \pm 0,00436 \frac{kg}{s^2}$$

$$\sigma_{k2} = 0,04 \pm 0,01 \frac{kg}{s^2}$$

$$\sigma_{k3} = 0,011 \pm 0,0018512 \frac{kg}{s^2}$$

$$\sigma_{k4} = 0,0658 \pm 0,0094 \frac{kg}{s^2}$$

Für den Mittelwert ergibt sich nun

$$\sigma_{km} = (0,03695 \pm 0,006424) \frac{kg}{s^2}$$

mit einer statistischen Standardabweichung von

$$\sigma_F = 0,0227 \frac{kg}{s^2}$$

6 Diskussion und Vergleich der Messergebnisse beider Methoden für die Ermittlung der Oberflächenspannung vom Wasser

Der Sollwert der Oberflächenspannung von Wasser bei $T = 23,5C$ beträgt nach der Eötvösschen Regel $\sigma_w = 0,0719279 \frac{kg}{s^2}$. Dieser Wert stimmt außerordentlich überein mit dem ermittelten Wert $\sigma_B = (0,072 \pm 0,0014) \frac{kg}{s^2}$ bei der Versuchsanordnung mit der Bügelmethode, nicht aber mit dem ermittelten Wert $\sigma_{km} = (0,03695 \pm 0,006424) \frac{kg}{s^2}$ aus der Kapillarsteighöhenmethode. Letztere war in diesem Versuch trotz dem wesentlich einfacheren Aufbau von einer deutlich höheren Anzahl an Messabweichungen betroffen, als der Kompensationsaufbau in der Bügelmethode. Dies zeigt sich vor allem an der ebenfalls sonderlich großen Standardabweichung von $\sigma_F = 0,0227 \frac{kg}{s^2}$ bei den ermittelten Werten der Oberflächenspannung an den Kapillaren. Es ist zu vermuten, dass bei der Versuchsdurchführung ein Fehler vorgekommen sein muss, durch dem die Messwerte der Kapillarmethode aufgrund von Verunreinigungen im Fluid oder im Kapillar beeinflusst worden sind. Auch die asymmetrische Struktur der Innenzylinder in den Kapillaren könnten zu diesen sonderlichen Abweichungen beigetragen haben. Dennoch hätte letzteres nur einen etwas mildereren Einfluss auf die Messwerte gehabt, die in den angegebenen Messwertabweichungen bereits beinhaltet gewesen sein sollte. Wäre der Versuch richtig durchgeführt worden, dann wäre eine deutlich kleiner Abweichung vom Sollwert zu erwarten sein sollen, nach aktuellem Stand lässt sich das aber nicht aussagekräftig erläutern.

7 Literaturverzeichnis

- [1] Dr. Uwe Müller: *Physikalisches Grundpraktikum: Mechanik und Thermodynamik*, 2012
- [2] Dr. Uwe Müller: *Physikalisches Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik*, 2007