



Grundpraktikum II

E2 Innerer Widerstand von Messgeräten

Santiago Rodriguez

6. Dezember 2019

Student: Santiago Rodriguez
santiago.rodriguez@physik.hu-berlin.de

Betreuer: Dr.Evgeny Kovalchuk

Raum: N.217

Messplatz: N.3

Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	1
2	Versuchsaufbau und Durchführung	2
3	Bestimmung des Innenwiderstandes R_V aus der Spannungsmessung und graphischen Darstellung $\frac{U_B}{U_V} = f(R_x)$	3
4	Bestimmung des Innenwiderstandes R_A aus der Strommessung und graphischen Darstellung $\frac{I_0}{I_A} = f(1/R_x)$	4
5	Bestimmung des Stromes I_0 aus der graphischen Darstellung $\frac{1}{I_A} = f(1/R_x)$ und durch direkte Messung mit $R_x = 0$	5
6	Diskussion	6
7	Literaturverzeichnis	6
8	Messwerte	7

1 Abstract

Bei der Messung elektrischer Ströme und Spannungen zwischen zwei unterschiedlichen Potentialen treten Wechselwirkungen zwischen dem gemessenen Strom und der Schaltung innerhalb eines Messgerätes auf, die diese Ströme und Spannungen misst. Durch das Ohmsche Gesetz $I = \frac{U}{R}$ ist außerdem bekannt, dass der Großteil dieser Wechselwirkung als ein Stromverlust in der Form von Wärme, der aufgrund des materialspezifischen Widerstandes R im Leiter verursacht wird, vorkommt. Für eine geeignete Messung müssen deshalb diese inneren Widerstände elektrischer Messgeräte mitberücksichtigt werden, wobei die Bestimmung dieser die Aufgabenstellung des hier protokollierten Versuches ist. Für den inneren Widerstand eines Strom- und Spannungsmessers wurden jeweils die Werte $R_V = (24000 \pm 635)\Omega$ und $R_A = (1200 \pm 20)\Omega$ aus den Messergebnissen ermittelt.

2 Versuchsaufbau und Durchführung

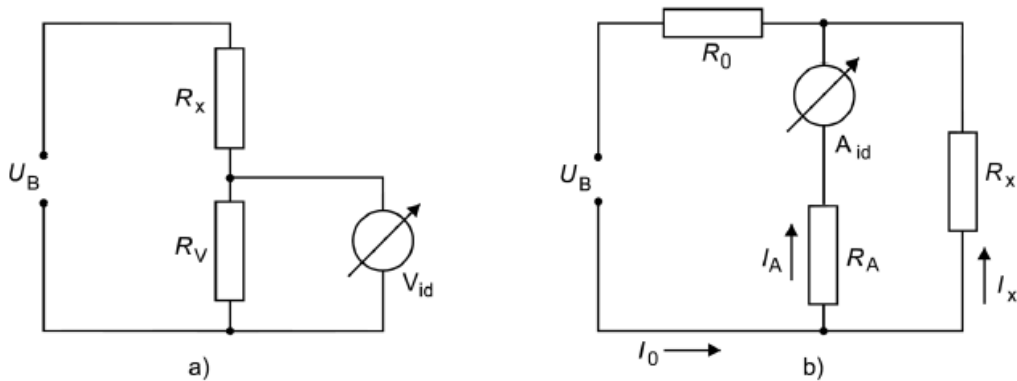


Abbildung 1: a) Spannungsmesser b) Strommesser [3]

Der Versuch wird jeweils für den Spannungsmesser und den Strommesser an zwei unterschiedlichen Schaltungen a) und b) durchgeführt.

Bei der ersten Schaltung links wird der Spannungsmesser mit dessen inneren Widerstand R_V in Reihe mit einem Widerstand R_x im Bereich $R_x \in [100, 20000]\Omega$ geschaltet, sodass ein Gesamtwiderstand für den durch die Anfangsspannung U_B angelegten Strom von $R_G = R_V + R_x$ entsteht. Bei der zweiten Schaltung für den Strommesser wird der variable Widerstand R_x im Vergleich zur ersten Schaltung parallel zum Innenwiderstand R_A geschaltet. Somit entsteht insgesamt ein Widerstand von $\frac{1}{R_x} + \frac{1}{R_A}$, wobei die zwei Teilströme I_x und $I_A \subset I_0$ jeweils durch R_x und R_A fließen, bevor sie erneut zusammen addiert an den Widerstand R_0 gelangen.

Für die Durchführung des Versuches müssen zuerst die oben angegebenen Schaltungen eingerichtet und eine während des Versuches konstant einzuhaltende Anfangsspannung $U_B = (20 \pm 0,1)V$ gewählt werden. Mithilfe des Strom- oder Spannungsmessers müssen dann für unterschiedliche Widerstände R_x die zugehörigen elektrischen Spannungs- oder Stromwerte am Messzeiger abgelesen und anschließend aufgenommen werden. Der Widerstand R_x kann hierbei leicht durch das drehen fünf unterschiedlicher Wählscheiben verändert werden und lediglich die Handhabung der elektrischen Apparatur benötigt etwas vorsicht um sowohl die Instrumente als auch die Laborangestellten vor jeglichen Zwischenfällen zu schonen.

Für die Messunsicherheit des Strom- und Spannungsmessers gilt jeweils $u_A = \pm 1,5\%$ und $u_V = \pm 2,5\%$, für den variablen Widerstand ist die Unsicherheit von $u_{R_x} = \pm 0,02\%$ gegeben. Die Messunsicherheit von den ermittelten Werten für die Innenwiderstände können somit durch geeignete Gaußsche Fehlerfortpflanzung dieser bekannten Unsicherheiten ermittelt werden.

3 Bestimmung des Innenwiderstandes R_V aus der Spannungsmessung und graphischen Darstellung $\frac{U_B}{U_V} = f(R_x)$

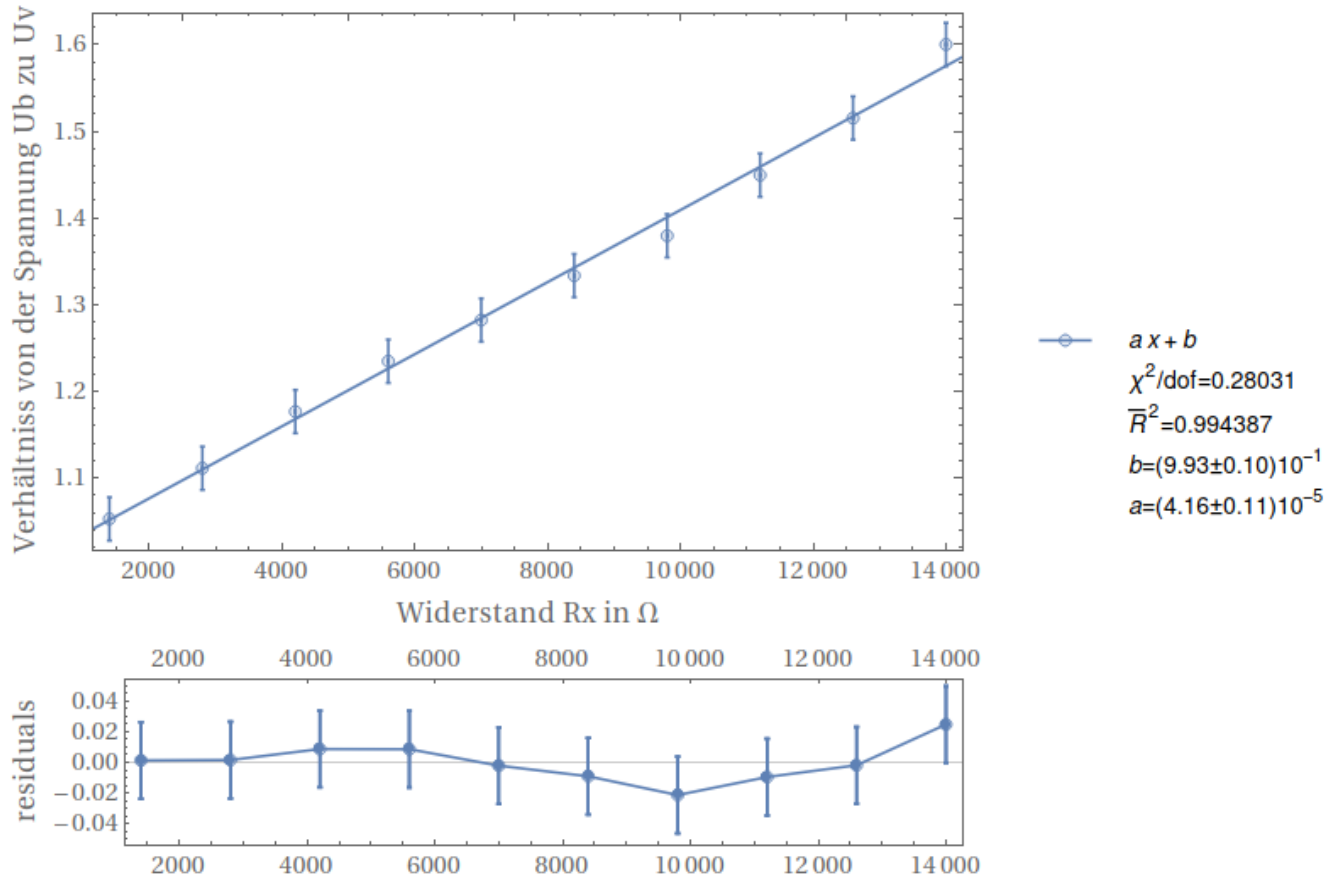


Abbildung 2: Graphische Darstellung $\frac{U_B}{U_V} = f(R_x)$

Um den Innenwiderstand R_V bestimmen zu können müssen zuerst die Messwerte in einer geeigneten graphischen Darstellung verarbeitet werden, an der die Steigung der angepassten linearen Regression mit dem Kehrwert aus dem Innenwiderstand $\frac{1}{R_V}$ des Spannungsmessers übereinstimmt. Aus den bereits bekannten Verhältnis

$$U_V = U_B \frac{R_V}{R_x + R_V} \quad (1)$$

was dann für die graphische Darstellung umgeschrieben werden kann als

$$\frac{U_B}{U_V} = \frac{1}{R_V} \cdot R_x + 1 \quad (2)$$

können wir diese geeignete Kennlinie bilden. Hiermit kann man dann den Innenwiderstand R_V aus dem Kehrwert der Steigung $a = (4,16 \pm 0,11) \cdot 10^{-5} \cdot \frac{1}{\Omega}$ der linearen Regression entnehmen. Es folgt somit für den Innenwiderstand R_V

$$R_V = (24000 \pm 635) \Omega \quad (3)$$

4 Bestimmung des Innenwiderstandes R_A aus der Strommessung und graphischen Darstellung $\frac{I_0}{I_A} = f(1/R_x)$

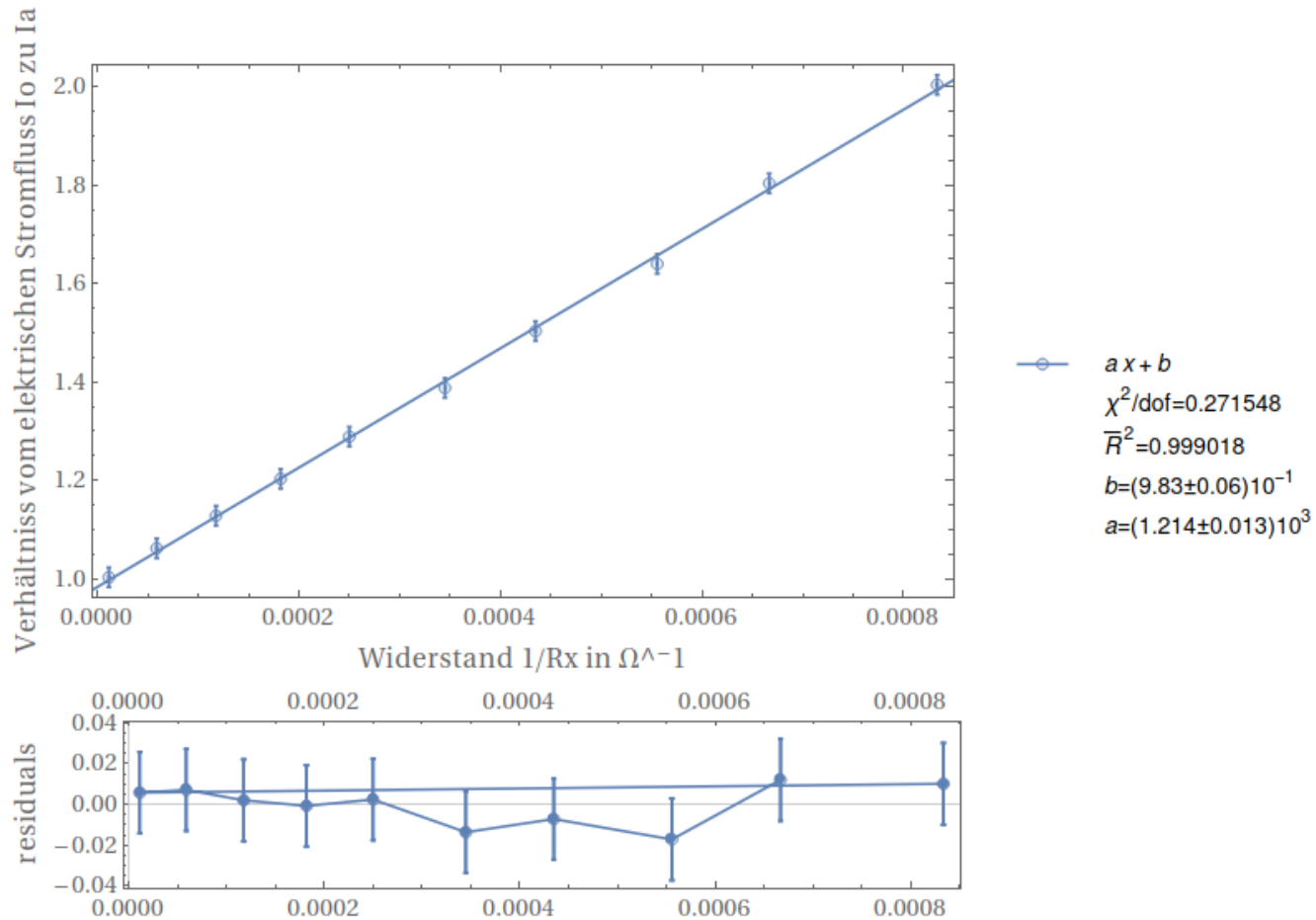


Abbildung 3: Graphische Darstellung $\frac{I_0}{I_A} = f\left(\frac{1}{R_x}\right)$

Um den Innenwiderstand R_A zu bestimmen müssen zuerst die Messwerte in einer geeigneten graphischen Darstellung verarbeitet werden, an der die Steigung der angepassten linearen Regression mit dem Innenwiderstand R_A des Strommessers übereinstimmt. Dies ist ausschliesslich durch Umformung der bereits bekannten Beziehung

$$I_A \cdot R_A = I_x \cdot R_x \quad \text{und} \quad I_x = I_0 - I_A \quad (4)$$

auf die Form

$$\frac{I_0}{I_A} = R_A \cdot \frac{1}{R_X} + 1 \quad (5)$$

möglich. Hiermit kann man dann den Innenwiderstand R_A aus dem Wert der Steigung $a = (1,214 \pm 0,013) \cdot 10^3 \Omega$ der linearen Regression entnehmen. Es folgt somit für den Innenwiderstand R_A

$$R_A = (1200 \pm 20) \Omega \quad (6)$$

wobei $I_0 = (90,2 \pm 0,5) \mu A$ für Formel (5) nach Sektion 5 experimentell ermittelt und durch einer zweiten, graphischen Darstellung überprüft wurde.

5 Bestimmung des Stromes I_0 aus der graphischen Darstellung $\frac{1}{I_A} = f(1/R_x)$ und durch direkte Messung mit $R_x = 0$

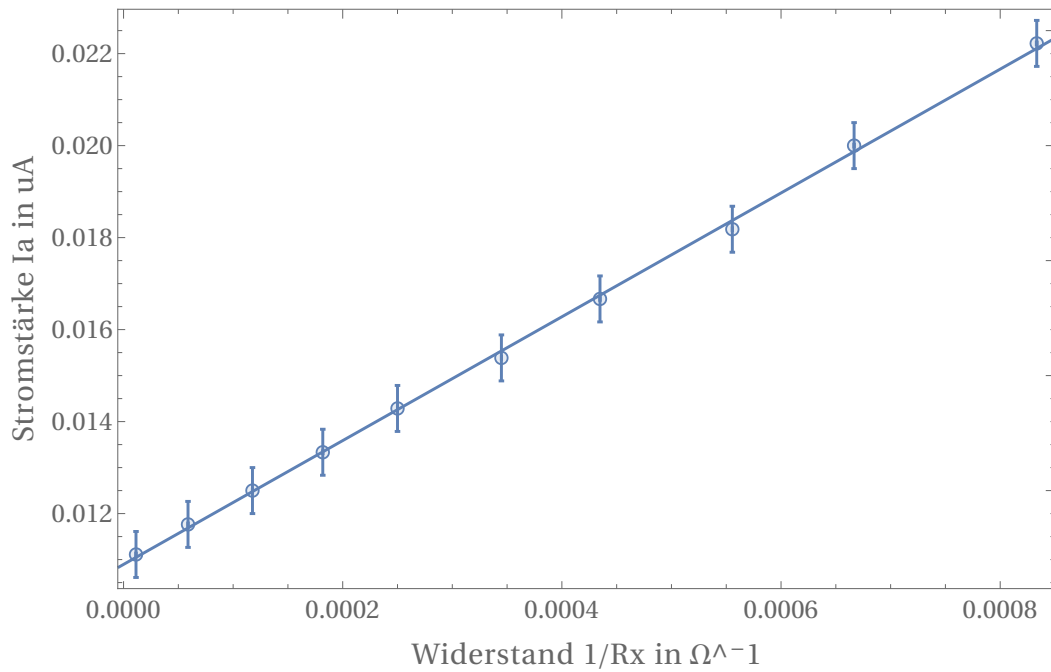


Abbildung 4: Graphische Darstellung $\frac{1}{I_A} = f(\frac{1}{R_x})$ mit $f_{lin}(\frac{1}{R_x}) = (1,346 \cdot 10)x + 1,089 \cdot 10^{-2}$

Aus dem Aufbau der Schaltung b) unter Sektion 2 und der Beziehung von Formel (4) unter Sektion 4 kann man entnehmen, dass sich der Strom $I_x = I_0$ einstellt wenn kein Widerstand R_x eingeschaltet und somit $R_x \rightarrow \infty$ gilt. Unter dieser Bedingung wurde experimentell der Wert

$$I_0 = (90,2 \pm 0,5)\mu A \quad (7)$$

gemessen, wobei aber eine weitere Methode für die Ermittlung von I_0 aus der graphischen Darstellung unter Sektion 4 zur Verfügung steht. Hierzu muss die in Formel (5) aufgestellte Beziehung leicht umgeformt werden so dass

$$\frac{1}{I_A} = \frac{R_A}{I_0} \cdot \frac{1}{R_X} + \frac{1}{I_0} \quad (8)$$

gilt und I_0 aus dem Kehrwert des Startparameters b in der linearen Regression der Form $ax + b$ entnommen werden kann. Aus $b = (1,089 \pm 0,007)10^{-2}$ folgt dann

$$I_{0,gr} = (92 \pm 6)\mu A \quad (9)$$

Dieser Wert aus der graphischen Darstellung stimmt somit trotz seiner deutlich größeren Unsicherheit mit dem experimentell ermittelten Wert für I_0 überein.

6 Diskussion

Die für beide Messgeräte ermittelten Messwerte von $R_V = (24000 \pm 635)\Omega$ und $R_A = (1200 \pm 20)\Omega$ liefern eine interessante Aussage über den Widerstand für Messgeräte zur Strom- und Spannungsmessung. Denn obwohl nach dem Ohmschen Gesetz $I = \frac{U}{R}$ ein einziges Messgerät für die Messung von Spannung und Strom mithilfe der Formeln

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{und} \quad U = I \cdot R \quad (10)$$

ausreichen würde, so lässt sich aufgrund des daraus herleitbaren Leistungsverlustes

$$P = I^2 \cdot R \quad \text{und} \quad P = \frac{U^2}{R} \quad (11)$$

des durchfließenden Stromes im Messgerät herauslesen, dass ein Spannungsmesser am besten mit einem großen und ein Strommesser mit einem geringen Innenwiderstand R aufgebaut werden müssten, damit der Leistungsverlust $P \rightarrow P_{min}$ geht und somit der gemessene Strom am wenigsten durch die Messung gestört wird. Da nach den obigen Werten für R_V und R_A gilt, dass $R_V \gg R_A$ ist, müssen die Hersteller der beiden Messinstrumente dies bei der Fertigung ihrer Produkte mit in Betracht gezogen haben.

7 Literaturverzeichnis

- [1] Dr. Uwe Müller: *Physikalisches Grundpraktikum: Elektrodynamik und Optik*, 2012
- [2] Dr. Uwe Müller: *Physikalisches Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik*, 2007
- [3] Dr. Uwe Müller: *E2 - Innerer Widerstand von Messgeräten*, 2019

8 Messwerte

EZ - Innenwiderstand von Messgeräten

1. Messreihe

R_x in Ω	500	14000	4	5	6	7	8	9	10
in V U_V	19,5	12,5							
in V U_B	20	20	20						

$u_{R_x} = 0,5\%$ $u_{U_V} = \text{Klasse } 2,5 \pm 0,25\%$ $u_{U_B} = \pm 0,2\%$ $U_B = 80\text{ V}$

R_x in Ω	14.000 Ω	12.600 Ω	11.200 Ω	9.800 Ω
U_V in V	12,5 V	13,2 V	13,8 V	14,5 V

8.400 Ω	7.000 Ω	5.600 Ω	4.200 Ω	2.800 Ω	1.400 Ω
15 V	15,6 V	16,2 V	17 V	18 V	19 V

2. Messreihe

$R_0 = 200\text{ k}\Omega$

R_x in Ω	2.500 Ω	1.800 Ω	2.300 Ω	2.900 Ω	4.000 Ω
I_A in μA	50 μA	55 μA	60 μA	65 μA	70 μA

5.500 Ω	8.500 Ω	17.000 Ω	88.000 Ω	1.200 Ω
75 μA	80 μA	85 μA	90 μA	95 μA

I_0 mit $R_x \rightarrow \infty$ ist gleich $I_0 = 90,2\ \mu\text{A}$

$\frac{1.200\ \Omega}{45\ \mu\text{A}}$

$\frac{1}{u} \cdot \frac{\partial u}{\partial R_x} \cdot \frac{\partial R_x}{u} = \frac{1}{u^2} \cdot u \cdot \frac{\partial u}{\partial R_x}$

EK 26.11.19

Abbildung 5: Messwerte aus dem 26.11.2019