**Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät**

Institut für Physik

Grundpraktikum I

# M.6 Innere Reibung

Santiago Rodriguez

27.Mai 2019

**Student:** Santiago Rodriguez
santiagorodriguez450@gmail.com

**Betreuer:** Benjamin Wiegand

**Raum:** N.215

**Messplatz:** N.3

# Inhaltsverzeichnis



# 1 Abstract und Versuchsdurchführung

| Kugel | Durchmesser in mm | Unsicherheit Durchmesser | Dichte in g/cm^3 | Unsicherheit Dichte |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 3,994 | 0,005 | 7,73 | 0,03 |
| 2 | 3 | 0,005 | 7,83 | 0,05 |
| 3 | 1,998 | 0,005 | 7,85 | 0,07 |
| 4 | 1 | 0,005 | 7,7 | 0,2 |

Abbildung 1: Kugeldaten

Bei der Bewegung eines festen Körpers innerhalb einer zähen Flüssigkeit treten Reibungskräfte auf durch die Wechselwirkung der Moleküle im inneren des Fluids miteinander. Diese Reibungskräfte bremsen die Bewegung des Körpers ab und müssen durch eine Kraft in die Bewegungsrichtung des Körpers ständig überwunden werden, damit die Bewegung des Körpers innerhalb des Fluids nicht vollständig abgebremst wird. Bei hinreichend kleinen Körpern lassen sich die entstehenden Wechselwirkungen im Fluid als eine Überlagerung von sog. Lamellen (bzw. Flüssigkeitsschichten) vereinfachen, die sich an das bewegte Objekt anhaften und somit zusammen mit diesem bewegen. An diesen Lamellen haften sich dann wiederum weitere benachbarte Flüssigkeitsschichten, bis an der statischen Grenzfläche des Körpers in dem sich die Flüssigkeit befindet diese Lamellen starr an der Grenzfläche haften. Auf dieser Weise entsteht in der laminären Strömung ein Geschwindigkeitsgefälle das wiederum einen Widerstand gegen die Bewegung des Körpers in der Flüssigkeit anbietet. Der Maß, nach dem eine Flüssigkeit einen bestimmten Widerstand anbietet, hängt direkt von der Geometrie, Größe und Geschwindigkeit des Körpers ab, sowie von der Umgebungstemperatur und der materialabhängigen Viskosität des Fluids. Ziel dieses Versuches ist es nun, diese Reibungskräfte bei laminären Strömungen auf dessen Abhängigkeit von der materialabhängigen Viskosität und der Größe des bewegten Körpers zu untersuchen. Hierzu wird in einem mit Rizinusöl (Dichte $\rho_f = 0,9625 \pm 0,005\frac{g}{cm^3}$) gefüllten Zylinder (Durchmesser $d = 5,58cm \pm 0,05mm$) die Sinkgeschwindigkeiten von 4 unterschiedlichen Kugeln $K_1, K_2, K_3, K_4$ in jeweils 6 Versuchen auf einem Weg entlang des Zylinders von $s = 20cm \pm 5mm$ mithilfe einer Stoppuhr ($u_t = 0,3s$) gemessen. Daraus können dann später auch die dynamische und kinematische Viskosität vom Rizinusöl analytisch berechnet und unter Berücksichtigung des endlichen Zylinderdurchmessers hinreichend korrigiert werden. Während den Messungen lag die mittlere Raumtemperatur bei $T = 24,7c \pm 0,25c$.

# 2 Messung der Sinkgeschwindigkeiten in Abhängigkeit des Kugelvolumens und Berechnung der dynamischen Viskosität vom Medium aus Rizinusöl

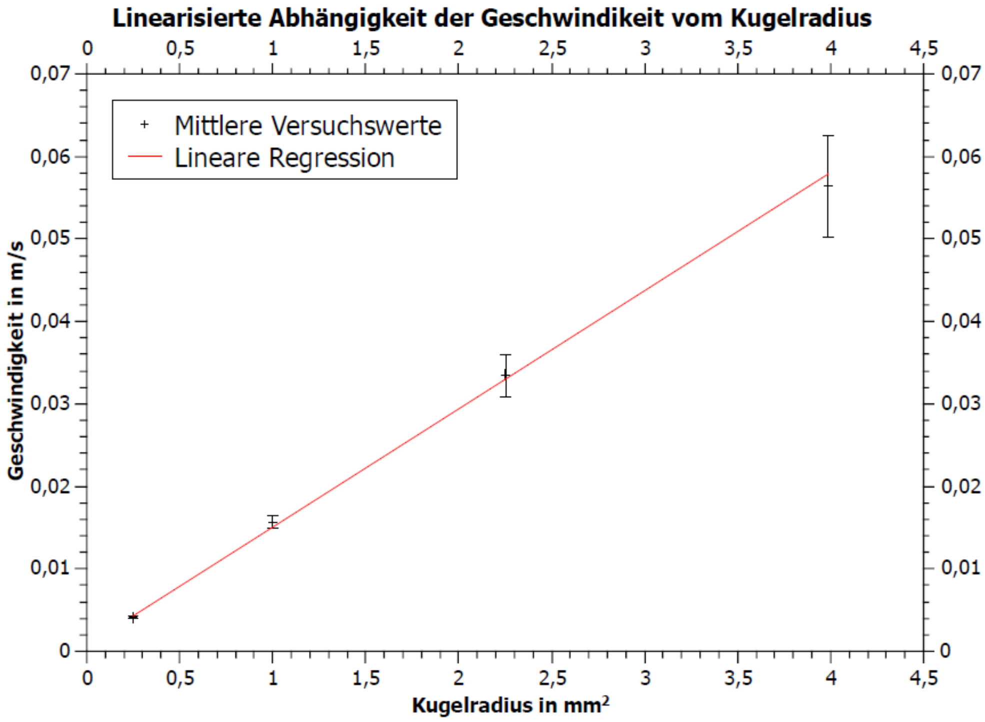


Abbildung 2: $v(r^2)$ Diagramm

Nun betrachtet man im Versuch explizit Fälle, bei denen die Geschwindigkeit der sinkenden Kugeln konstant ist, d.h, es findet keine Beschleunigung mehr statt, was auf ein Kräftegleichgewicht im System hindeutet. Es folgt somit

$\Rightarrow F_g + F_A + F_R = 0$ , wobei

$$F_g = m_k \cdot g = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_k^3 \cdot \rho_k \cdot g$$
$$F_A = -m_f \cdot g = -\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_k^3 \cdot \rho_f \cdot g \quad \Longleftrightarrow \quad \eta = \frac{2}{9} r_k^2 \cdot g \frac{\rho_k - \rho_f}{v}$$
$$F_R = -6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot v \cdot r_k$$

Mit der oben angegebenen Formel lässt sich nun die dynamische Viskosität rechnerisch aus den experimentell ermittelten Werten für die Geschwindigkeit $v$ und den Kugelradius $r_K$ bestimmen. Die Messunsicherheiten der ermittelten Geschwindigkeitswerte folgen aus den Messunsicherheiten des Weges $u_s = 0,5cm$ und der Zeit $u_t = 0,3s$ mithilfe der Formel $u_v = (\frac{u_s}{s} + \frac{u_t}{t}) \cdot v$ ,wobei die Messunsicherheiten $u_{\rho_f} = 0,005\frac{g}{cm^3}$, $u_{\rho_k}$ und $u_{r_k}$ nach wie vor für die jeweiligen 4 Kugeln bekannt sind. Für die dynamische Viskosität und deren Messunsicherheit $u_\eta = \frac{2}{9} \cdot (\frac{2u_{r_k}}{r_k} + \frac{u_{\rho_k} - u_{\rho_f}}{\rho_k - \rho_f} - \frac{u_v}{v}) \cdot \eta$ gilt somit bei den ermittelten Messwerten

$$\eta_{k_1} = 1,046490\frac{kg}{m \cdot s} \quad u_{\eta_{k_1}} = \pm 0,025809 \cdot \eta \frac{kg}{m \cdot s}$$

$\eta_{k_2} = 1,006342 \frac{kg}{m \cdot s} \quad u_{\eta_{k_2}} = \pm 0,0188635 \cdot \eta \frac{kg}{m \cdot s}$
$\eta_{k_3} = 0,960944 \frac{kg}{m \cdot s} \quad u_{\eta_{k_3}} = \pm 0,0140132 \cdot \eta \frac{kg}{m \cdot s}$
$\eta_{k_4} = 0,885936 \frac{kg}{m \cdot s} \quad u_{\eta_{k_4}} = \pm 0,0151285 \cdot \eta \frac{kg}{m \cdot s}$

$\Rightarrow \eta_m = 0,974928 \frac{kg}{m \cdot s} \quad u_{\eta_m} = \pm 0,0184537 \cdot \eta \frac{kg}{m \cdot s}$

Die experimentell ermittelte dynamische Viskosität vom Rizinusöl beträgt somit bei einer Zimmertemperatur von $T = 24,7c \pm 0,25c$ in etwa $\eta = 0,974928 \pm 0,017991 \frac{kg}{m \cdot s}$

# 3 Berechnung der korrigierten dynamischen Viskosität unter Berücksichtigung des endlichen Zylindervolumens

Da die vorhin ermittelten Messwerte für die Viskosität nun aufgrund des endlichen Zylinderdurchmessers stark voneinander abweichen, muss an dieser Stelle noch diese mithilfe der Ladenburg-Korrektur berücksichtigt werden. Diese Abweichung entsteht aus der Idealisierung der Formel für die stokesche Reibungskraft, die annimmt, dass das Fluid unbeschränkt ausgedehnt ist (d.h. $r_z \to \infty$). Die korrigierte Stokesche Reibungskraft lautet für endliche Zylinderradien $F_R = -6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot v \cdot (1 + 2,1 \frac{r_k}{r_z})$. Die Formel für die Ladenburg-Korrektur wird daraus hergeleitet und lautet allg.

$\eta_{korr} = \frac{2}{9} r_k^2 \cdot g \frac{\rho_k - \rho_f}{v(1+2,1\frac{r_k}{r_z})} = \frac{\eta}{(1+2,1\frac{r_k}{r_z})} \qquad u_{\eta_{korr}} = \frac{u_\eta}{\eta} - 2,1 \cdot (\frac{u_{r_k}}{r_k} - \frac{u_{r_z}}{r_z}) \cdot \eta$

Hieraus folgen nun für die korrigierten Messwerte der Viskositäten;

$\eta_{k_1} = 0,9733379 \frac{kg}{m \cdot s} \quad u_{\eta_{k_1}} = \pm 0,02391522 \cdot \eta \frac{kg}{m \cdot s}$
$\eta_{k_2} = 0,952568 \frac{kg}{m \cdot s} \quad u_{\eta_{k_2}} = \pm 0,017126342 \cdot \eta \frac{kg}{m \cdot s}$
$\eta_{k_3} = 0,92612469 \frac{kg}{m \cdot s} \quad u_{\eta_{k_3}} = \pm 0,0112092 \cdot \eta \frac{kg}{m \cdot s}$
$\eta_{k_4} = 0,869573 \frac{kg}{m \cdot s} \quad u_{\eta_{k_4}} = \pm 0,00845801 \cdot \eta \frac{kg}{m \cdot s}$

$\Rightarrow \eta_m = 0,9304009 \frac{kg}{m \cdot s} \quad u_{\eta_m} = \pm 0,01517719 \cdot \eta \frac{kg}{m \cdot s}$

Die rechnerisch korrigierte dynamische Viskosität vom Rizinusöl beträgt somit bei einer Zimmertemperatur von $T = 24,7c \pm 0,25c$ in etwa $\eta = 0,9304009 \pm 0,01517719 \frac{kg}{m \cdot s}$

# 4 Berechnung der kinematischen Viskosität

Die kinematische Viskosität ist im allgemeinen als der Quotient aus der dynamischen Viskosität und der Dichte eines Stoffes definiert. Für dessen Berechnung genügt somit

$\nu = \frac{\eta}{\rho_f} \qquad u_\nu = \frac{u_\eta}{\eta} - \frac{u_{\rho_f}}{\rho_f}$

wobei in diesem Fall für $\eta$ der Mittelwert $\eta_m = 0,9304009 \pm 0,01412087 \frac{kg}{m \cdot s}$ aus den korrigierten dynamischen Viskositäten eingesetzt wird während für $\rho$ die bereits bekannte Dichte vom Rizinusöl $\rho_f = 0,9625 \pm 0,005 \frac{g}{cm^3}$ ausreicht. Somit folgt;

$\nu = 9,6665 \cdot 10^{-4} \pm 9,649 \cdot 10^{-6} \frac{m^2}{s}$

# 5 Überprüfung der Erfüllung der Bedingung $Re << 1$

Die Reynolds-Zahl ist eine dimensionslose Zahl, die angibt ob sich eine Strömung laminar verhält. Allg. ist eine Strömung dann laminar, wenn $Re << 1$ gilt. Die Zahl wird gegeben durch die Formel

$Re = \frac{\nu r_k \rho_f}{\eta}$

Somit beträgt die Reynolds-Zahl in diesem Versuch für die unterschiedlichen 4 Kugeln;

$Re_{k_1} = 0,0019$
$Re_{k_2} = 0,001465$
$Re_{k_3} = 0,0010046$
$Re_{k_4} = 0,0005349$

$\Rightarrow \forall Re(k) : Re << 1$, also handelt es sich hier in allen betrachteten Fällen um eine laminare Strömung.

# 6 Literaturverzeichnis

[1] Dr. Uwe Müller: *Physikalisches Grundpraktikum: Mechanik und Thermodynamik*, 2012

[2] Dr. Uwe Müller: *Physikalisches Grundpraktikum: Einführung in die Messung, Auswertung und Darstellung experimenteller Ergebnisse in der Physik*, 2007