## 2. Theorie der Generalisierten Quantoren

### 2.1 Einleitung und Überblick

Wie in Abschnitt 1.1 erläutert, kann man einen Quantor wie *jed-* als Relation zwischen zwei Mengen darstellen, bzw. eine quantifizierte Nominalphrase wie *jeder Student* als Prädikat zweiter Stufe.

(1) a. ⟦[*jeder Student*] *schwitzt*⟧(s) = 1 gdw. ⟦*Student*⟧(s) ⊆ ⟦*schwitzt*⟧(s)

b. ⟦*jeder Student*⟧(s) = λP[⟦*Student*⟧(s) ⊆ P]

Wir nennen den Bedeutungsbeitrag von *Student* den **Restriktor** des Quantors, und den des Prädikats *schwitzt* den **(nuklearen) Skopus**. Der Begriff des Skopus wird manchmal auch für beide Teile verwendet.

Dies ist die Sichtweise der Theorie der Generalisierten Quantoren (Mostowski 1957; auf die linguistische Semantik angewendet von Barwise & Cooper (1981), Keenan (1982), van Benthem (1983) u.a.

Die Quantoren der Prädikatenlogik der 1. Stufe (Existenzquantor ∃, Allquantor ∀ sind Spezialfälle insofern, als sie keinen Restriktor haben, sondern eine Quantifikation über alle Individuen des Diskursbereichs ausdrücken:

(2) a. *Etwas stinkt*: $\exists x[\text{stinkt}(x)]$

b. *Alles tanzt*: $\forall x[\text{tanzt}(x)]$

Restriktoren können nur mit aussagenlogischen Hilfsmitteln eingeführt werden:

(3) a. *Ein Ei stinkt.* $\exists x[\text{Ei}(x) \wedge \text{stinkt}(x)]$

b. *Alle Menschen tanzen.* $\forall x[\text{Mensch}(x) \rightarrow \text{tanzt}(x)]$

Mit prädikatenlogischen Mitteln lassen sich zwar einige natürlichsprachliche Quantoren darstellen, z.B. *kein* und *zwei*:

(4) a. *Kein Ei stinkt.* $\neg\exists x[\text{Ei}(x) \wedge \text{stinkt}(x)]$

b. *Zwei Eier stinken.* $\exists x\exists y[\text{Ei}(x) \wedge \text{Ei}(y) \wedge \text{stinkt}(x) \wedge \text{stinkt}(y) \wedge x \neq y]$

Aber diese Darstellung entspricht in der Regel nicht der syntaktischen Struktur von natürlichsprachlichen Sätzen, und viele Quantoren, wie z.B. *die meisten*, sind mit den Mitteln der Prädikatenlogik der 1. Stufe nicht darstellbar.

In diesem Abschnitt geht es um die Beschränkungen für Quantoren, wie sie in der natürlichen Sprache auftreten. Dies ist z.T. Wiederholung des Stoffes der *Einführung in die Satzsemantik*.

### 2.2 Beispiele von natürlichsprachlichen Quantoren

Wir haben bereits einige Beispiele natürlichsprachlicher Quantoren kennengelernt. Im folgenden werden weitere Beispiele vorgestellt, wobei die Relativierung auf die Situation s der Übersichtlichkeit halber unterbleibt.

(5) a. *jeder* $\lambda P'\lambda P[P' \subseteq P]$, oder gleichwertig: $\lambda P'\lambda P[P' \cap P = P']$
b. *ein* $\lambda P'\lambda P[P' \cap P \neq \emptyset]$
c. *kein* $\lambda P'\lambda P[P' \cap P = \emptyset]$
d. *nicht jeder* $\lambda P'\lambda P[P' \not\subseteq P]$, oder $\lambda w\lambda P'\lambda P[P' \cap P \neq P']$
e. *mindestens zwei* $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) \geq 2]$
f. *höchstens zwei* $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) \leq 2]$
g. *genau zwei* $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) = 2]$
h. *zwischen zwei und fünf* $\lambda P'\lambda P[2 \leq \#(P' \cap P) \leq 5]$
i. *die meisten* $\lambda P'\lambda P[\#(P \cap P) > \#(P' - P)]$,
oder gleichwertig: $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) > 1/2 \cdot \#(P')]$

Man kann die natürlichsprachlichen quantifizierenden Determinatoren in verschiedene Untertypen einteilen. Wir führen hier die wichtigsten Determinatortypen vor.

#### 2.2.1 Kardinale intersektive Determinatoren

Kardinale oder intersektiven Determinatoren drücken eine Bedingung über die Zahl der Elemente im Schnitt des Restriktors mit der Matrix des Quantors aus, die unabhängig vom Restriktor oder den Skopus gegeben werden kann.

(6) $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) \in N]$,

wobei N eine Menge von Zahlen ist, in deren Definition P oder P′ nicht mehr vorkommen. Einige Beispiele:

(7) a. *zwischen zwei und fünf*: $N = \{2, 3, 4, 5\}$
b. *mindestens zwei*: $N = \{n \in \mathbb{N} \mid n \geq 2\}$
c. *kein*: $N = \{0\}$

Kardinale Quantoren können durch Mittel der Prädikatenlogik der 1. Stufe ausgedrückt werdne, wenn die Zahl N endlich ist; sonst braucht man Formeln, die unendlich lang sein müssen. Der folgende Satz lässt sich nicht in der Prädikatenlogik ausdrücken; hier ist N = {n | n ist eine ungerade Zahl}

(8) *Eine ungerade Anzahl von Meerschweinchen fiepst.*

#### 2.2.2 Proportionale Determinatoren

Proportionale Determinatoren kann man als Verhältnis der Zahl der Elemente im Schnitt von Restriktor und Matrix zur Zahl der Elemente im Restriktor ausdrücken kann.

(9) $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) / \#P' \in R]$,

wobei R eine Menge von rationalen Zahlen zwischen 0 und 1 ist. Einige Beispiele:

(10) a. *jeder*: $R = \{1\}$
b. *die meisten*: $R = \{r \in \mathbb{Q} \mid 0{,}5 < r \leq 1\}$
c. *zwischen zwanzig und dreißig Prozent der* $R = \{r \in \mathbb{Q} \mid 0{,}2 \leq r \leq 0{,}5\}$
d. *kein* $R = \{0\}$

*Kein* sowohl als kardinaler wie auch als proportionaler Determinator aufgefasst werden.

Die Interpretationsregel (9) hat zufolge, dass proportionale Quantoren nicht definiert sind, wenn der Restriktor leer ist – dann ist #P′ = 0, und die Division durch Null ist nicht erlaubt. Es gibt also eine Präsupposition, dass P′ nicht leer sein darf. Das stimmt sicherlich für die übliche Verwendung von proportionalen Quantoren. Die folgenden Sätze setzen voraus, dass es überhaupt Kinder auf dem Spielplatz gab:

(11) a. *Jedes Kind auf dem Spielplatz war auf dem Kletterturm.*
b. *Die meisten Kinder auf dem Spielplatz waren auf dem Kletterturm.*
c. *Kein Kind auf dem Spielplatz war auf dem Kletterturm.*

Es sollte jedoch festgehalten werden, dass die Quantoren *jeder* und *kein* in mathematischer Sprechweise nicht präsupponierend sind. Man möchte schließlich Sätze wie (12.a) interpretieren können, die etwa in Schlüssen wie (12) vorkommen können, und ebenso Sätze wie (13), während Sätze wie (14) tatsächlich keinen Sinn machen.

(12) a. *Jedes kreisförmige Quadrat ist / wäre kreisförmig und quadratisch.*
b. *Nichts kann zugleich kreisförmig und quadratisch sein.*
c. *Also gibt es kein kreisförmiges Quadrat.*

(13) *Kein kreisförmiges Quadrat ist sechseckig.*

(14) *#Die meisten kreisförmigen Quadrate sind sechseckig.*

Eine nicht-präsupponierende Interpretation von *jeder* wurde bereits unter (5.a) angegeben, und eine nicht-präsupponierende Interpretation von *kein* unter (5.c) und (10.d).

#### 2.2.3 Präsupponierende Determinatoren

Determinatoren, die mit einer bestimmten Bedingung an die Restriktor-Menge kommen, nennt man **präsuppositionale** Determinatoren. Ein Beispiel: Definite Nominalphrasen der Art *die Frau*.

Wir stellen Präsuppositionen als Einschränkungen des Definitionsbereichs einer Menge dar, und zwar mithilfe der folgenden Schreibweise:

(15) $\lambda X \,.\, \Phi[X]\ [\Psi]$

Hier drückt $\Phi[X]$ die Einschränkung der Variablen X aus, und $\Psi$ beschreibt den Wert der Funktion für X. Beispiel: Die Funktion $\lambda x[2x + 1]$, eingeschränkt auf natürliche Zahlen **N**:

(16) $\lambda x \,.\, x{\in}\mathbf{N}\ [2x + 1]$

Der definite Artikel drückt (jedenfalls in erster Annäherung) eine Existenz- und Einzigkeits-präsupposition aus, d.h. er erfordert, dass die Menge, auf die das Nomen zutrifft, genau ein Element enthält. Dies kann dadurch ausgedrückt werden, dass die Bedeutung etwa von *die Frau* die Präsupposition $\#([\![Frau]\!]) = 1$ enthält. Wenn diese Präsupposition erfüllt ist, ist der Wahrheitswert = 1, wenn jedes Element in $[\![Frau]\!]$ auch ein Element in der VP-Menge ist, d.h. die eigentliche Bedeutung ist dieselbe wie bei dem Determinator *jeder* (eine Einsicht, die bereits auf Russell 1905 zurückgeht).

(17) *der/die/das* $\lambda P'\lambda P.\ \#(P')=1\ [P' \subseteq P]$

(18) $[\![\textit{die Frau lacht}]\!](s) = 1$ ist definiert gdw. $\#([\![Frau]\!](s)=1)$;
wenn definiert: = 1 gdw. $[\![Frau]\!](s) \subset [\![lacht]\!](s)$

Es gibt weitere präsupponierende Determinatoren; sie haben jeweils dieselbe Bedeutung, aber unterschiedliche Präsuppositionen:

(19) a. *beide*: $\lambda P'\lambda P.\#(P')=2[P' \subseteq P]$
b. *die drei* $\lambda P'\lambda P.\#(P')=3[P' \subseteq P]$

#### 2.2.4 Vage Determinatoren

Viele Determinatoren der natürlichen Sprache sind vage. Einige Beispiele: *einige, manche, viele, wenige* und den komplexen Determinator *einige wenige* Auch sie kann man als Bedingung über die Intersektion von Nomen- und VP-Bedeutung ausdrücken. Aber diese Bedingungen lassen sich nicht präzise fassen.

Nehmen wir als Beispiel *viele* und *wenige*. Alles, was wir gegenwärtig tun können, ist, einen kontextabhängigen Schwellenwert anzugegen, hier n genannt.

(20) a. *viele* $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) > n]$
b. *wenige* $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) < n]$

Es gibt natürlich noch viele weitere vage Ausdrücke in der natürlichen Sprache. Wir haben bereits Adjektive erwähnt: Wann kann man sagen, dass ein bestimmter Mensch *klein* ist? Das hängt offensichtlich von unabhängig zu erwartetenden Werten ab, die oft als Durchschnittswerte verstanden werden. Die Determinatoren *viele* und *wenige* sind dabei wie andere Arten von sog. antonymen Ausdrücken zu verstehen, wie z.B. *groß* und *klein*, *lang* und *kurz*, oder *alt* und *jung*. Zumindest in ihrem Gebrauch haben sie die Eigenschaft, dass sie nicht exhaustiv anwendbar sind, d.h. es gibt Entitäten, die weder *groß* noch *klein* sind. Bei *viele* / *wenige* gibt es Anzahlen in der Schnittmenge $P' \cap P$, die weder als das eine noch als das andere zu klassifizieren sind. Dies kann dadurch ausgedrückt werden, dass wir von zwei Schwellenwerten ausgehen, n und n′, wobei n > n′:

(21) a. *viele* $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) > n]$
b. *wenige* $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) < n']$, wobei $n > n'$

Quantoren wie *viele* und *wenige* sind nicht nur vage, sie sind auch ambig. Denn sie können sowohl als kardinal intersektiv als auch als proportional verstanden werden. Im letzteren beziehen sie sich auf eine kontextgegebene Proportion. Beispiele:

(22) a. Auf der Pflanze saßen viele Schmetterlinge.
b. Viele Schmetterlinge sind weiß.

In (22.a) wird behauptet, dass die Zahl der Schmetterlinge, die auf der Blume saßen, größer war, als man es erwartet hatte. In (b) wird vielmehr ausgedrückt, dass die Proportion der weißen Schmetterlinge unter den Schmetterlingen größer ist als erwartet. Wir haben mithin:

(23) a. *viele* $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) / \#P' > r]$
b. *wenige* $\lambda P'\lambda P[\#(P' \cap P) / \#P' < r']$, wobei $1 \geq r > r' \geq 0$

### 2.3 Universale Beschränkungen für Generalisierte Quantoren

Eine wichtige Forschungsfrage vor allem der 80er Jahre war: Welche der logisch möglichen Quantoren treten in der natürlichen Sprache überhaupt auf? Es zeigt sich nämlich, dass nur ein winziger Bruchteil der möglichen Generalisierten Quantoren tatsächlich in Form einer NP versprachlicht werden kann. Die GQ, die tatsächlich in natürlichen Sprachen vorkommen, kann man zudem sehr allgemein charaktierisieren.

#### 2.3.1 Wie viele Quantoren/ Determinatoren gibt es?

Die erste Frage, die wir uns stellen, ist: Wie viele quantifizierende NPn und quantifizierende Deteminatoren mit unterschiedlicher Bedeutung sind theoretisch überhaupt möglich? Das hängt sicher von der Zahl der Individuen in dem Diskursuniversum $D_e$ ab.

Wir betrachten hier nur die möglichen Extensionen, d.h. die Bedeutungen in einer gegebenen Welt. Eine quantifizierende NP ist semantisch gesehen ein Prädikat zweiter Stufe, d.h. eine

Menge von Mengen. Die Frage, wie viele quantifizierende NPn mit unterschiedliche Bedeutung es gibt, ist daher die Frage, wie viele Mengen von Mengen von Individuen es gibt, bei einer gegebenen Gesamtmenge von Individuen $D_e$. Dies können wir einfach lösen:

(24) a. Wenn die Menge der Individuen $D_e$ ist, dann ist
die Menge aller möglichen Prädikatsbedeutungen die Potenzmenge pow($D_e$).
b. Wenn die Menge aller möglichen Prädikatsbedeutungen pow($D_e$) ist,
dann ist die Menge aller möglichen Quantoren pow(pow($D_e$)),
d.h. die Menge aller möglichen Prädikatsbedeutungen von Prädikatsbedeutungen.
c. Wenn die Zahl der Elemente in $D_e$ = n ist,
dann ist die Zahl der Elemente in pow($D_e$) = $2^n$
und die Zahl der Elemente in pow(pow($D_e$)) = $2^{2^n}$

Dies ergibt eine große Zahl möglicher Quantoren. Schon wenn wir von einem Individuenbereich mit nur zwei Individuen ausgehen (n = 2), haben wir $2^{2^2}$ –viele mögliche Quantorbedeutungen. Das sind $2^4$, d.h. 16 mögliche Quantorbedeutungen.

Wie viele mögliche Bedeutungen von quantifizierenden Determinatoren haben wir? Ein Determinator D kann gesehen werden als eine Relation zwischen einer Nomenbedeutung ⟦N⟧ und einer VP-Bedeutung ⟦VP⟧, wofür wir ⟦D⟧(⟦N⟧, ⟦VP⟧) schreiben können (dies vereinfacht etwas die sonst verfolgte funktionale Darstellung D(⟦$[_N\alpha]$⟧)(⟦$[_{VP}\beta]$⟧)). Die Frage ist also, wie viele mögliche Relationen es zwischen zwei Prädikatsbedeutungen ⟦N⟧ und ⟦VP⟧ gibt. Auch dies können wir errechnen:

(25) a. Wenn die Menge der Individuen $D_e$ ist, dann ist
die Menge aller möglichen Prädikatsbedeutungen die Potenzmenge pow($D_e$).
b. Wenn die Menge aller möglichen Prädikatsbedeutungen pow($D_e$) ist, dann ist
die Menge aller Relationen zwischen Prädikatsbedeutungen
pow(pow($D_e$) × pow($D_e$)).
c. Wenn die Zahl der Elemente in $D_e$ = n ist,
dann ist die Zahl der Elemente in pow($D_e$) = $2^n$,
die Zahl der Elemente in pow($D_e$)×pow($D_e$) = $2^n \bullet 2^n = 4^n$
und die Zahl der Elemente in pow(pow($D_e$) × pow($D_e$)) = $2^{4^n}$

Für n = 2 Individuen haben wir damit bereits $2^{16}$-viele mögliche Bedeutungen von quantifizierenden Determinatoren. Das sind 65536-viele mögliche Bedeutungen!

Wie entsteht diese hohe Zahl? Sehen wir uns ein Beispiel einer Determinatorbedeutung in diesem Universum an. Ich gebe hier die Bedeutung von *jeder* in einem Universum mit den Elementen a und b an (wobei wir hier vom "mathematischen" *jeder* ausgehen, das nicht präsupponiert, dass der Restriktor nicht leer ist).

(26)

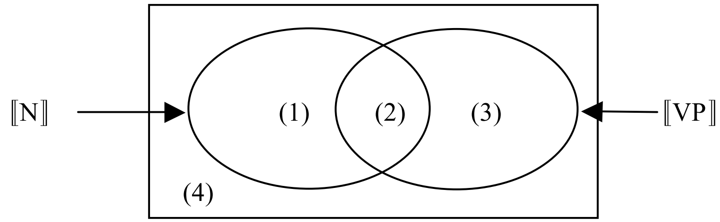
| Paar von Mengen | Wahrheitswert | Paar von Mengen | Wahrheitswert |
|---|---|---|---|
| ⟨∅, ∅⟩ → | ① | ⟨∅, {b}⟩ → | ① |
| ⟨{a}, ∅⟩ → | ⓪ | ⟨{a}, {b}⟩ → | ⓪ |
| ⟨{b}, ∅⟩ → | ⓪ | ⟨{b}, {b}⟩ → | ① |
| ⟨{a, b}, ∅⟩ → | ⓪ | ⟨{a, b}, {b}⟩ → | ⓪ |
| ⟨∅, {a}⟩ → | ① | ⟨∅, {a, b}⟩ → | ① |
| ⟨{a}, {a}⟩ → | ① | ⟨{a}, {a, b}⟩ → | ① |
| ⟨{b}, {a}⟩ → | ⓪ | ⟨{b}, {a, b}⟩ → | ① |
| ⟨{a, b},{a}⟩→ | ⓪ | ⟨{a, b},{a, b}⟩→ | ① |

Nun ist dies erst eine Determinatorbedeutung. Jede Verteilung von Wahrheitswerten über diese 16 Paare von Mengen ist eine eigene Determinatorbedeutung, d.h. es gibt $2^{16}$-viele Determinatorbedeutungen.

### 2.3.2 Eine neue Sichtweise von quantifizierenden Determinatoren

Wenn die Bedeutung eines quantifizierenden Determinators eine Relation zwischen zwei Mengen ist, der Nomenbedeutung ⟦N⟧ und der VP-Bedeutung ⟦VP⟧, kann man Determinatorbedeutungen mithilfe des folgenden verallgemeinerten Venn-Diagramms deuten.

(27)




Die möglichen Verhältnisse zwischen ⟦N⟧ und ⟦VP⟧ kann man mithilfe von vier Zellen charakterisieren:

(28) (1): die Menge ⟦N⟧ – ⟦VP⟧
(2): die Menge ⟦N⟧ ∩ ⟦VP⟧
(3): die Menge ⟦VP⟧ – ⟦N⟧
(4): die Menge ($D_e$ – ⟦N⟧) – ⟦VP⟧.

Einige Beispiele:

(29) a. *jeder* N VP ist wahr gdw. #(1) = ∅,
b. *ein* N VP ist wahr gdw. #(2) ≠ ∅,
c. *kein* N VP ist wahr gdw. #(2) = ∅,
d. *die meisten* N VP ist wahr gdw. #(2) > #(1)

Wir können die Zahl der möglichen Determinatoren unter dieser Perspektive wie folgt definieren. Ein bestimmtes Paar zweier Mengen ⟦N⟧, ⟦VP⟧ in einem bestimmten Diskursuniversum $D_e$ kann beschrieben werden, indem wir für jedes Individuum x ∈ $D_e$ angeben, ob es in die Zelle (1), (2), (3) oder (4) gehört. Wenn das Diskursuniversum n Elemente enthält (#$D_e$ = n), dann erhalten wir Aufstellungen wie die folgende.

(30)

| Elemente von $D_e$ | (1) | (2) | (3) | (4) |
|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | √ | — | — | — |
| $x_2$ | — | — | √ | — |
| $x_3$ | — | — | — | √ |
| .... | ... | ... | ... | ... |
| $x_n$ | — | — | √ | — |

Jedes Paar ⟦N⟧, ⟦VP⟧ entspricht einer bestimmten Aufstellung dieser Art. Wir berechnen die Zahl aller Paare von Mengen ⟦N⟧, ⟦VP⟧ dann wie folgt: Jedes Element $x_i$ von $D_e$ kann in einer der vier Zellen (1) bis (4) sein (und es muss in genau einer Zelle sein). Da die Elemente voneinander unabhängig sind, gibt es 4 • 4 •...• 4 (n mal) = $4^n$ viele mögliche Aufstellungen. Die Bedeutung eines quantifizierenden Determinators entspricht einer Menge von solchen

Aufstellungen. Wir haben insgesamt $2^{4^n}$ viele mögliche Aufstellungen, d.h. $2^{4^n}$ viele mögliche Determinatoren.

Eine Frage, die sich an diese neue Darstellung anschließt, ist die folgende: Brauchen wir für jedes Element $x_i$ die Information, ob sich $x_i$ in Zelle (1), (2), (3) oder (4) befindet? Oder spielen bestimme Zellen für natürlichsprachliche quantifizierende Determinatoren einfach keine Rolle? Letzteres scheint der Fall zu sein. Man betrachte einmal den folgenden hypothetischen quantifizierenden Determinator, den ich *Hyp* nenne.

(31) $[\![Hyp]\!]([\![\text{N}]\!], [\![\text{VP}]\!])$ ist wahr in dem Universum $D_e$
gdw. $\#(1) = \#(2)$ and $\#(3) < \#(4)$.

Zum Beispiel wäre damit der Satz *Hyp Frauen rennen* wahr gdw. die Zahl der Frauen, die rennen, gleich ist der Zahl der Frauen, die nicht rennen, und wenn es weniger rennende Nichtfrauen gibt als Dinge, die weder Frauen sind, noch rennen. Solche Determinatoren kommen in natürlichen Sprachen sicherlich nicht vor. Die Determinatoren, die wir bis jetzt betrachtet haben, betreffen alle nur die Zellen (1) und (2). Die Verhältnisse in den Zellen (3) und (4) sind vollständig irrelevant. Wir wollen nun einige Bedingungen für Determinator-bedeutungen zusammenstellen.

### 2.3.3 Extensionalität

Die Zelle (4) spielt offensichtlich für Determinatorbedeutungen keine Rolle. Determinatoren dieser Art nennt man **extensional**, und sie sind wie folgt definiert.

(32) Ein Determinator D ist **extensional** gdw. gilt:
Für alle P,P′ mit P, P′ $\subseteq D_e$ und alle $D_e$* mit $D_e \subseteq D_e$* gilt:
D(P, P′) ist wahr in $D_e$ gdw. D(P, P′) ist wahr in $D_e$*.

D.h., der Satz D(P, P′) wahr ist, dann bleibt dieser Satz wahr, auch wenn man das Universum um Individuen erweitert, die weder in P noch in P′ liegen.

Es wurde allerdings ein Fall einer Quantorinterpretation diskutiert, die dieser Regel widerspricht (von Dag Westerståhl, 1985, *Linguistics & Philosophy*). Es handelt sich um bestimmte Verwendungsweisen von *viele* und *wenige*. Nehmen wir an, wir sprechen über Menschen, d.h. $D_e$ ist die Menge aller Menschen. Betrachten wir den folgenden Satz.

(33) Viele Skandinavier sind blond.

Das kann man umschreiben als: Es gibt verhältnismäßig mehr Blondheit unter Skandinaviern als Blondheit unter Menschen im Allgemeinen. Was wiederum folgende Bedeutungsregel nahelegt:

(34) *viele* N VP ist wahr in $D_e$ gdw $$\frac{\#([\![\text{N}]\!] \cap [\![\text{VP}]\!])}{\#([\![\text{N}]\!])} > \frac{\#([\![\text{VP}]\!])}{\#(D_e)}$$

Mit Zellen lässt sich dies wie folgt ausdrücken:

(35) $$\frac{\#(2)}{\#(1) + \#(2)} > \frac{\#(2) + \#(3)}{\#(1) + \#(2) + \#(3) + \#(4)}$$

Dafür ist offensichtlich die Zelle (4) wesentlich. Das Hinzufügen neuer Individuen ins Universum, die weder Skaninavier noch blond sind, kann einen Satz, der vorher falsch war, wahr machen.

Unter dieser Analyse ist *viel* und dementsprechend *wenig* kein extensionaler Determinator. Es ist allerdings keineswegs sicher, ob das die richtige semantische Analyse für diese Determinatoren ist.

### 2.3.4 Konservativität

Eine besonders wichtige Eigenschaft natürlichsprachlicher Quantoren besagt, dass nur die Zellen (1) und (2) eine Rolle spielen. Man hat diese Eigenschaft **Konservativität** genannt und wie folgt ausgedrückt:

(36) D ist **konservativ** gdw. für alle P, P′ gilt: D(P, P′) gdw. D(P, P $\cap$ P′).

Das heißt, die VP-Bedeutung P′ zählt nur insofern sie sich mit der N-Bedeutung P überlappt. Und das heißt, man kann sich bei der Bewertung der Wahrheitsbedingungen ganz auf die Elemente in der N-Bedeutung P beschränken. Beispiele

(37) a. *Jeder*N VP: $[\![\text{N}]\!] \subseteq [\![\text{VP}]\!]$ gdw. $[\![\text{N}]\!] \subseteq [\![\text{N}]\!] \cap [\![\text{VP}]\!]$
b. *Kein* N VP: $[\![\text{N}]\!] \cap [\![\text{VP}]\!] = \varnothing$ gdw. $[\![\text{N}]\!] \cap [\![\text{N}]\!] \cap [\![\text{VP}]\!] = \varnothing$

Ein einfacher Test für Konservativität ist der folgende:

(38) Ein Determinator D ist konservativ gdw. die (i) und (ii) die gleiche Bedeutung haben:
(i) D N VP
(ii) D N *sind* N *die* VP.

(39) a. *Jede Frau rennt.* — *Jede Frau ist eine Frau die rennt.*
b. *Eine Frau rennt.* — *Eine Frau ist eine Frau die rennt.*
c. *Die meisten Frauen rennen.* — *Die meisten Frauen sind Frauen die rennen.*
d. *Keine Frau rennt.* — *Keine Frau ist eine Frau die rennt.*

Wie viele konservativen Determinatoren gibt es? Bei konservativen Determinatoren kommt es auf die Zelle (3) nicht an, d.h. wir können (3) und (4) zu einer Zelle zusammenfassen. Wir haben also nur drei relevante Zellen, und daher nur $2^{3^n}$ mögliche Determinatoren. Wenn es im Universum nur 2 Elemente gibt, haben wir lediglich 512 konservative Determinatoren. Und 65536—512 = 65024 Determinatoren waren nicht konservativ!

Warum sind natürlichsprachliche Determinatoren konservativ und extensional? Ein wichtiger Grund liegt sicherlich darin, wie wir Sätze mit quantifizierenden NPn verarbeiten. Konservative und extensionale Quantoren sind nämlich konzeptuell einfacher. Um einen Satz der Form D N VP zu interpretieren, können wir uns auf die Elemente konzentrieren, die unter das Nomen N fallen; die anderen Entitäten sind irrelevant. Das heißt, dass wir das Universum auf die Menge der Dinge, die unter N fallen, zusammenschrumpfen lassen können.

Gibt es Gegenbeispiele zur Konservativität? Die Analyse von *viele* und *wenige* in (34) ist offensichtlich ein Gegenbeispiel. Ein weiteres potentielles Gegenbeispiel ist *nur*, wenn wir dieses Wort als Determinator analysieren:

(40) *Nur Frauen rennen.*

(41) *Nur* N VP: $[\![\text{VP}]\!] \subseteq [\![\text{N}]\!]$.

Ein Satz wie *Nur Frauen rennen* wird hier analysiert als: Die Schläfer sind eine Teilmenge der Frauen. D.h. die Zelle (3) ist leer.

Aber *nur* ist in vieler Hinsicht anders als andere Determinatoren. Es kann mit Namen verwendet werden, wie in (42.a), mit anderen Quantoren, wie in (b), oder als ein Adverb, wie in (c). In jedem Fall ist es wichtig, dass eine im semantischen Bereich von *nur* durch die Intonation hervorgehoben wird.

(42) a. Nur LOLA liebt Manne.
b. Nur die DRITTE Geschichte verlief glücklich.
c. Manne SIEHT Lola nur.

Die hervorgehobene Konstitutente heißt **Fokus** von *nur*. Der Fokus besitzt einen wesentlichen Einfluß auf die Interpretation der Sätze. Beispielsweise heißt (a), dass die einzige Person welche den Hans liebt die Lola ist, und (b) heißt, dass der einzige Apfel, der faul war, der gelbe war. Die semantische Interpretation muss also auf den Fokus Rücksicht nehmen. Der Operator *nur* unterscheidet sich also sowohl in seiner Syntax als auch in seiner Semantik von normalen quantfizierenden Determinatoren.

Wenn wir jedoch darauf bestehen, *nur* in Sätzen wie (40) als Determinator zu behandeln, dann hat *nur* eine Eigenschaft, die mit der Konservativität verwandt ist: Es ist ein **anti-konservativer** Determinator, wobei dieser Begriff wie folgt definiert ist:

(43) D ist **anti-konservativ** gdw. für alle P, P′ gilt: D(P, P′) gdw. D(P $\cap$ P′, P′)

Das heißt, man kann sich bei der Bestimmung der Wahrheitswerte auf die Elemente in der VP-Bedeutung beschränken. Um beispielsweise die Wahrheit von *nur Frauen rennen* zu bestimmen, muss man sich die Schläfer ansehen und prüfen, ob sich darunter keine Nicht-Frau befindet. Es gibt natürlich genau so viele konservative wie anti-konservative Quantoren.

### 2.3.5 Intersektivität

Intersektive Determinatoren haben die Eigenschaft, dass ihre Wahrheitsbedingungen einzig und allein in Bezug auf den Schnitt der N-Bedeutung und der VP-Bedeutung angegeben werden können, d.h. allein mithilfe der Zelle (2). Beispiele intersektiver Determinatoren sind *ein, mehr als zwei, weniger als sieben* und *kein*. Determinatoren wie *jeder* und *die meisten* sind natürlich nicht intersektiv. Natürlich sind alle intersektiven Determinatoren auch extensional und konservativ.

Wie viele intersektive Determinatoren gibt es? Es zählt hier allein, ob ein Individuum in Zelle (2) oder in der Vereinigung der Zellen (1) $\cup$ (3) $\cup$ (4) befindet. Da also nur zwei Zellen relevant sind, gibt es bei n Elementen in $D_e$ insgesamt $2^{2^n}$ intersektive Determinatoren. Für ein Diskursuniversum mit 2 Elementen gibt es damit 16 intersektive Determinatoren.

Intersektive Determinatoren sind in einer linguistischen Hinsicht interessant, da sie leicht in sogenannten **existentiellen Konstruktionen** vorkommen. Dies wurde vor allem anhand der *there*-Konstruktion im Englischen diskutiert; deutsche *es gab*-Sätze verhalten sich ähnlich.

(44) a. Es gab einen Studenten auf der Party.
b. Es gab mehr als sieben Studenten auf der Party.
c. Es gab mehr weibliche als männliche Studenten auf der Party.
d. Es gab wenige Studenten auf der Party.
e. Es gab keinen Studenten auf der Party.

(45) a. *Es gab jeden Studenten auf der Party..
b. *Es gab die meisten Studenten auf der Party..
c. *Es gab den Studenten auf der Party.
d. *Es gab beide Studenten auf der Party.
e. *Es gab Manne auf der Party.

Die folgende Erklärung dieser Verteilung wurde von Edward Keenan vorgeschlagen: Existentielle Sätze drücken aus, dass Entitäten einer bestimmten Art im Diskursuniversum vorkommen. Beispielsweise sagt (44.a), dass ein Student im Diskursuniversum (den Leuten auf der Party) vorkommt. Man beachte, dass diese Sätze **informativ** sind: Sie könnten falsch sein. Auf jeden Fall sind sie nicht notwendig wahr; es sind keine **tautologischen** Sätze.

Vergleichen wir damit die Sätze in (45). Wenn wir als Diskursuniversum die Leute auf der Party annehmen, dann sind diese Sätze stets trivialerweise wahr, d.h. es sind tautologische Sätze. Der erste Satz sagt, dass jeder Student (auf der Party) auf der Party war. Der zweite sagt, dass die meisten Studenten (auf der Party) auf der Party waren. Das sind Tautologien. Der dritte sagt, dass der Student (auf der Party) auf der Party war. Dies ist ein Determinator, der mit der Präsupposition kommt, dass es genau einen Studenten (auf der Party) gab. Wenn diese Präsupposition erfüllt ist, ist das natürlich auch ein tautologischer Satz. Ganz ähnlich verhält es sich mit den anderen Sätzen.

Man kann diesen Gedanken auch so ausdrücken: In Existenzsätzen der Art *es gibt…* gibt es keine VP-Bedeutung; an ihre Stelle tritt das Diskursuniversum selbst. Das Diskursuniversum wird also mit der Vereinigung der Mengen (2) $\cup$ (3) identisch. Damit ist aber die Zelle (1) systematisch nicht mehr verfügbar, und kein Quantor, der sich auf die Zelle (1) bezieht, kann sinnvoll angewendet werden.

Die Sätze in (45) unterscheiden sich von den Sätzen in (46).

(46) a. Jeder Student war auf der Party.
b. Die meisten Studenten waren auf der Party.
c. Beide Studenten waren auf der Party.
d. Hans war auf der Party.

In diesem Fall gibt *auf der Party* aber nicht das Diskursuniversum an, sondern ist das VP-Argument des Determinators. Das Diskursuniversum muss unabhängig bestimmt sein. Damit sind diese Sätze aber keine Tautologien, sondern können informativ verwendet werden.

### 2.3.6 Quantitativität

Eine weitere systematische Beschränkung für natürlichsprachliche Determinatoren ist die folgende: Um zu bestimmen, ob ein Satz mit quantifizierender NP wahr ist, genügt es, die Zahl der Elemente in den vier Zellen zu kennen. Das heißt, wir brauchen uns um die Identität der Elemente in den Zellen nicht zu kümmern; es genügt, zu weissen, wie viele Elemente es jeweils in den Zellen gibt. Bei konservativen Quantoren genügt es natürlich, die Zahl der Elemente in den Zellen (1) und (2) zu kennen. Einige Beispiele:

| | | | |
|---|---|---|---|
| (47) a. | ⟦*jeder*⟧(P, P′): | #(P) = #(P $\cap$ P′) | #(1) = 0 |
| b. | ⟦*kein*⟧(P, P′): | #(P $\cap$ P′) = 0 | #(2) = 0 |
| c. | ⟦*ein*⟧(P, P′): | #(P $\cap$ P′) $\geq$ 1 | #(2) $\geq$ 1 |
| d. | ⟦*die meisten*⟧(P, P′): | #(P $\cap$ P′) / #(P) > 1/2 | #(2) > #(1) |

Wenn wir uns auf quantitative Determinatoren beschränken, und wenn man ein Diskursuniversum von n Elementen hat, dann kann man jeden Quantor durch ein Quadrupel von Zahlen $\langle n_1, n_2, n_3, n_4\rangle$ beschreiben, wobei $n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = n$ gilt. Dabei steht $n_1$ für die Zahl der Elemente in Zelle (1), usw. Bei konservativen Determinatoren genügen die beiden Zahlen $n_1$ und $n_2$. Einige Beispiele:

(48) a. *jeder*: $n_1 = 0$
b. *kein*: $n_2 = 0$
c. *ein*: $n_2 \geq 1$
d. *die meisten*: $n_2 > n_1$

Sind alle natürlichsprachlichen Determinatoren quantitativ? Nein, eine Ausnahme sind genitivische Ausdrücke wie *Lolas* in *Lolas Buch*. Betrachten wir den folgenden Satz:

(49) ⟦*Lolas Buch liegt auf dem Tisch.*⟧

Hier genügt es offensichlich nicht, die Zahl der Elemente zu betrachten, die sich in der Schnittmenge von ⟦*Buch*⟧ und ⟦*liegt auf dem Tisch*⟧ befinden. Es kommt darauf an, ob sich darunter das Buch befindet, das Lola gehört. Eine mögliche Analyse von solchen Quantoren illustriert das folgende Beispiel:

(50) ⟦*Lolas Buch*⟧ = $\lambda P\,.\,[\#\{x \mid [\![Buch]\!](x) \wedge x \text{ gehört Lola}] = 1\rangle$
$[\{x \mid [\![Buch]\!](x) \wedge x \text{ gehört Lola}\} \subseteq P]$

Wir haben die Präsupposition, das es genau eine Entität gibt, die ein Buch ist und die Lola gehört, und es wird gesagt, dass jedes Buch von Lola ein Element der VP-Bedeutung P ist. Man beachte, dass in der Bedeutungsbeschreibung dieses Determinators die Welt w wesentlich vorkommt (in "x gehört Lola in w"), das heißt, es handelt sich bei *Lolas* nicht um ein "logisches" Wort wie bei den anderen Determinatoren.

## 2.4 Monotonizität

Wir wenden uns nun weiteren Eigenschaften von natürlichsprachlichen Quantoren und Determinatoren zu, die deren logisches Schlußverhalten betreffen, die aber überraschenderweise die grammatischen Vorkommnisse für eine bestimmte Gruppe von Ausdrücken wie z.B. *jemals* voraussagen können. Es handelt sich hierbei um die sogenannten Monotonizitäts-Eigenschaften.

### 2.4.1 Monotonizität von Quantoren

Wir beginnen mit dem Schlußverhalten von Quantoren bezüglich ihres VP-Argments. Im folgenden werde ich das Symbol ⇒ verwenden, um die logische Folgerung auszudrücken. Eine Formel der Art "$\Phi \Rightarrow \Psi$" drückt aus, dass der Satz $\Psi$ aus dem Satz $\Phi$ logisch folgt. Das heißt, dass es nicht sein kann, dass $\Phi$ wahr und $\Psi$ falsch ist. Einige Beispiele:

(51) a. *Alle Frauen rennen schnell.* ⇒ *Alle Frauen rennen.*
b. *Eine Frau rennt schnell.* ⇒ *Eine Frau rennt.*
c. *Die meisten Frauen rennen schnell.* ⇒ *Die meisten Frauen rennen.*
d. *Die beiden Frauen rennen schnell.* ⇒ *Die beiden Frauen rennen.*

In den Sätzen von (51) haben wir jeweils die VP des ersten Satzes, *rennt schnell*, durch eine VP mit allgemeinerer Bedeutung, *rennt*, ersetzt. Bei den gewählten Quantoren gelten die angegebenen logischen Beziehungen. Bei anderen Quantoren gelten hingegen gerade die umgekehrten Beziehungen:

(52) a. *Keine Frau rennt.* ⇒ *Keine Frau rennt schnell.*
b. *Wenige Frauen rennen.* ⇒ *Wenige Frauen rennen schnell.*
c. *Weniger als die Hälfte der Frauen rennen.* ⇒ *Weniger als die Hälfte der Frauen rennen schnell.*

In (52) haben wir die VP des ersten Satzes, *rennen*, durch eine VP mit spezifischerer Bedeutung ersetzt.

Die Quantoren in (51) werden **aufwärts monoton** oder **monoton steigend** genannt, die Quantoren in (52) hingegen **abwärts monoton** or **monoton fallend**. Die allgemeine Definition lautet dabei wie folgt (wobei wir Quantoren einfach als Mengen von Individuenmengen ansehen):

(53) a. Q ist aufwärts monoton gdw. für alle Interpretationen gilt:
Wenn $P \in Q$ und $P \subseteq P'$, dann $P' \in Q$.
b. Q ist abwärts monoton gdw. für alle Interpretationen gilt:
Wenn $P \in Q$ und $P' \subseteq P$, dann $P' \in Q$.

Damit äquivalent sind die folgenden Definitionen:

(54) a. Q ist aufwärts monoton gdw. gilt: Wenn $P \cap P' \in Q$, dann $P \in Q$ und $P' \in Q$.
b. Q ist abwärts monoton gdw. gilt: Wenn $P \cup P' \in Q$, dann $P \in Q$ und $P' \in Q$.

Die folgenden Beispiele machen davon Gebrauch; wir erinnern uns, dass die Intersektion $\cap$ die Konjunktion *und* und die Vereiningung $\cup$ die Disjunktion *oder* ausdrückt.

(55) a. *Jede Frau singt und tanzt.* ⇒ *Jede Frau singt.*
⇒ *Jede Frau tanzt.*
b. *Keine Frau singt und tanzt.* ⇏ *Keine Frau singt.*
⇏ *Keine Frau tanzt.*
c. *Jede Frau singt oder tanzt.* ⇏ *Jede Frau singt.*
⇏ *Jede Frau tanzt.*
d. *Keine Frau singt oder tanzt.* ⇒ *Keine Frau singt.*
⇒ *Keine Frau tanzt.*

Es gibt Quantoren, die weder aufwärts monoton noch abwärts monoton sind. Ein Beispiel sind *genau drei Frauen* und *zwischen zwei und vier Frauen*.

(56) a. *Genau drei Frauen singen und tanzen.* ⇏ *Genau drei Frauen singen.*
⇏ *Genau drei Frauen tanzen.*
b. *Genau drei Frauen singen oder tanzen.* ⇏ *Genau drei Frauen singen.*
⇏ *Genau drei Frauen tanzen.*

### 2.4.2 Monotonizität und Komplexität

Monotone Quantoren sind besonders einfach auszuwerten. Stellen wir uns die folgende Aufgabe vor:

(57) Prüfe die Wahrheit der Aussage D(N)(VP), wobei N auf n Elemente zutrifft!

Auf die Zahl der Elemente in VP oder im gesamten Universum kommt es nicht an, da wir ohnehin Konservativität und Extensionalität annehmen.

Die Aussage D(N)(VP) wird geprüft, indem wir uns die Elemente anschauen, auf die N zutrifft. Je weniger Elemente dazu nötig sind, desto einfacher ist der Prüfvorgang. Wir nennen die Zahl der Elemente, die für einen bestimmten Quantor D(N) geprüft werden müssen, um darzulegen, dass D(N)(VP) wahr oder falsch ist, dessen **Zählkomplexität**. Beispielsweise muss man bei dem Satz *Jedes Kind schläft* für die Verifikation für jedes Kind (= n) zeigen, dass es schläft; für die Falsifikation genügt es, dass man ein Kind vorweist (= 1), das nicht schläft. Die Zählkomplexität ist damit n+1. Sehen wir uns nun einige Beispiele an:

(58) a. *Jedes Kind schläft.* Verifikation: n Elemente; Falsifikation: 1 Element. Zählkomplexität: n+1.
b. *Ein Kind schläft.* Verifkation: 1 Element; Falsifikation: n Elemente; Zählkomplexität: n+1
c. *Kein Kind schläft.* Verifikation: n Elemente; Falsifikation: 1 Element. Zählkomplexität: n+1.
d. *Mindestens k Kinder schlafen.* Verifikation: k Elemente; Falsifikation: n–k+1 El. Zählkomplexität: k+n–k+1 = n+1
e. *Höchstens k Kinder schlafen.* Verifikation: n–k Elemente; Falsifikation: k+1 El. Zählkomplexität: n–k+k+1 = n+1

Alle diese Quantoren sind monoton, und alle haben sie dieselbe Zählkomplexität: n+1. Sehen wir uns nun zum Vergleich einen nicht-monotonen Quantor:

f. *Genau k Kinder schlafen.* Verifikation: n Elemente, Falsifikation: k+1 El. Zählkomplexität: n+k+1 (!)

Allgemein gilt, dass n+1 die minimale Zählkomplexität für Quantoren ist. Es kann gezeigt werden, dass alle Quantoren, die diese minimale Zählkomplexität haben, monoton sind.

Interessanterweise zeichnen sich monotone Quantoren auch in ihrer syntaktischen Form aus. Jeder syntaktisch einfache Quantor ist nämlich monoton (vgl. (59.a)), und alle nicht-monotonen Quantoren sind syntaktisch komplex.

(59) a. *Lola, jeder, etwas, niemand*
b. *genau drei Kinder, zwischen vier und sieben Kinder, eine ungerade Anzahl von Kindern*

Fazit: Die syntaktisch einfachsten Quantoren sind also die, die auch semantisch am wengisten komplex sind.

### 2.4.3 Monotonizität von Determinatoren

Nachdem wir die Monotonizitätseigenschaften von Quantoren behandelt haben, d.h. die logischen Folgerungsbeziehungen, die sich auf das VP-Argument eines Determinatorsw beziehen, wenden wir uns nun den Monotonizitätseigenschaften des Nomen-Arguments von Determinatoren zu.

Ein Typ von Determinatoren, zu dem *ein, mindestens drei, nicht alle* und viele andere gehören, gehorchen dem folgenden Schluß-Schema:

(60) a. *Eine Frauen rennt.* ⇒ *Ein Mensch rennt.*
b. *Mindestens drei Frauen rennen.* ⇒ *Mindestens drei Menschen rennen.*
c. *Nicht alle Frauen rennen.* ⇒ *Nicht alle Menschen rennen.*

Solche Determinatoren sind aufwärts monoton in ihrem Nomen-Argument, eine Eigenschaft, die auch **Persistenz** genannt wird.

(61) Ein Determinator D ist persistent gdw. gilt: Wenn D(P, P″) und P ⊆ P′, dann D(P′,P″).

Ein zweiter Typ von Determinatoren, der *jeder*, *höchstens drei* und *kein* umfasst, kann durch das folgende Schlußverhalten charakterisiert werden:

(62) a. *Jeder Mensch rennt.* ⇒ *Jede Frau rennt.*
b. *Höchstens drei Menschen rennen.* ⇒ *Höchstens drei Frauen rennen.*
c. *Kein Mensch rennt.* ⇒ *Keine Frau rennt.*

Solche Determinatoren nennt man auch **anti-persistent**.

(61) Ein Determinator D ist anti-persistent gdw. gilt:
Wenn D(P, P″) und P′ ⊆ P, dann D(P′, P″).

Viele Determinatoren sind weder persistent noch anti-persistent:

(63) a. *Genau drei Frauen rennen.* ⇏ / ⇍ *Genau drei Menschen rennen.*
b. *Die meisten Frauen rennen.* ⇏ / ⇍ *Die meisten Menschen rennen.*

## 2.5 Quantoren und Negation

### 2.5.1 Negations-Ambiguitäten

Wir untersuchen nun, wie Quantoren mit der Negation interagieren. Hier unterscheiden sich Sätze als Aussagen über Individuen und Sätze mit Quantor-Subjekten:

(64) a. Lola rennt nicht.
b. Jede Frau rennt nicht.

(a) ist nicht ambig, während (b) offensichtlich zwei Lesarten besitzt:

- ‘Es stimmt nicht, dass jede Frau rennt’, was erlaubt, dass es rennende Frauen gibt.
- ‘Für jede Frau gilt: sie rennt nicht’, was rennende Frauen kategorisch ausschließt.

Die erste Lesart ist besonders prominent, wenn wir auf *Frau* einen steigenden und auf *nicht* einen fallenden Akzent legen, die sogeannte “Hutkontur”. Die zweite Lesart ist vielleicht nicht sehr natürlich, weil sie konziser durch *Keine Frau rennt* ausgedrückt wird.

(65) J e d e F r a u r e n n t n i c h t.
‘Es stimmt nicht, dass jede Frau rennt.’

Dies ist natürlich eine Idealisierung. Das folgende Bild zeigt den $F_0$-Verlauf einer Realisierung des Satzes *Jede Katze miaut nicht* ohne (links) und mit Hutkontur (rechts).

Warum finden wir solche Ambiguitäten bei Quantoren und nicht bei Namen? Das ist eine Konsequenz daraus, dass Quantoren inhärent komplexer sind als Namen. Wir können das mit unseren Mitteln wie folgt darstellen. Die Negation kann entweder als VP-Negation oder als Satznegation (genauer: IP-Negation) gedeutet werden. Diese Distinktion wird klar, wenn wir uns die zwei möglichen Mittelfeld-Positionen ansehen:

(66) a. (*weil*) $[_{IP}$ *Lola / jede Frau* [*nicht* $[_{VP}$ *rennt*]]]
b. (*weil*) $[_{IP}$ *nicht* $[_{IP}$ *Lola / jede Frau* $[_{VP}$ *rennt*]]]

Im Falle von Namens-Subjekten wie *Lola* fallen die beiden Interpretatin zusammen:

(67) a. $[\![$ [*nicht* [*Lola rennt*]] $]\!]$
$= [[\![nicht]\!]([\![rennt]\!]([\![Lola]\!]))]$
$= \lambda t[\neg t](\lambda x[x \text{ rennt}](\text{Lola}))]$ ($t$: eine Variable für Wahrheitswerte)
$= [\neg [\text{Lola rennt}]$

b. $[\![$ [*Lola* [*rennt nicht*]] $]\!]$
$= [\![nicht]\!]([\![rennt]\!])([\![Lola]\!])]$
$= \lambda P \lambda x[\neg P(x)](\lambda x[x \text{ rennt}])(\text{Lola})]$
$= \lambda x[\neg[x \text{ rennt}]](\text{Lola})]$
$= \neg [\text{ Lola rennt}]$

Bei Quantoren-Subjekten ergibt sich jedoch ein anderes Bild:

(68) a. $[\![$ [*nicht* [[*jede Frau*] *rennt*]] $]\!]$
$= [\![nicht]\!]([\![jede\ Frau]\!]([\![rennt]\!]))]$
$= \lambda t[\neg t](\lambda P[\lambda x[x \text{ ist eine Frau}] \subseteq P](\lambda x[x \text{ rennt}]))]$
$= \lambda t[\neg t](\lambda x[x \text{ ist eine Frau}] \subseteq \lambda x[x \text{ rennt}])]$
$= \neg [\lambda x[x \text{ ist eine Frau}] \subseteq \lambda x[x \text{ rennt}]]$

b. $[\![$ [[*jede Frau*] [*rennt nicht*] $]\!]$
$= [\![jede\ Frau]\!]([\![nicht]\!]([\![rennt]\!](w)))]$
$= \lambda P[\lambda x[x \text{ ist eine Frau}] \subseteq P](\lambda P \lambda x[\neg P(x)] (\lambda x[x \text{ rennt}]))]$
$= \lambda P[\lambda x[x \text{ ist eine Frau}] \subseteq P](\lambda x[\neg \neg[x \text{ rennt}]])$
$= \lambda x[x \text{ ist eine Frau}] \subseteq \lambda x[\neg [x \text{ rennt}]]$

Die erste Bedeutung drückt die Proposition aus: Die Menge der Frauen ist nicht eine Teilmenge der Menge der Laufenden. Die zweite Bedeutung: Die Menge der Frauen ist eine Teilmenge der Menge der Nicht-Laufenden. Diese Bedeutungen sind klar unterschieden.

Die beiden Lesarten unterscheiden sich im semantischen Bereich oder **Skopus** der Negation: In (68.a) hat die Negation weiten Skopus über den Quantor, in (68.b) hat der Quantor Skopus über die Negation. Im Gegensatz zu Namen sind Quantoren skopustragende Bedeutungen, genauso wie Negation. Wenn in einem Satz zwei skopustrangende Ausdrücke vorkommen, dann kommt es oft zu Ambiguitäten, die davon abhängen, welcher Ausdruck weiten und welcher engen Skopus hat.

## 2.6 Monotonizität und Negative Polaritätselemente

Monotonizitäts-Eigenschaften sind nicht nur wichtig, um die semantischen Eigenschaften von Quantoren zu klassifizieren, sie bestimmen überraschenderweise auch die grammatische Distribution von bestimmten Ausdrücken, den sogenannten **Negativen Polaritätselementen**, nach der englischen Bezeichung "negative polarity items" kurz NPIs genannt.

### 2.6.1 Was sind NPIs?

NPIs wurden zunächst als Ausdrücke identifiziert, die in einem "negativen" Kontext vorkommen müssen, wie etwa dem Skopus der Negation – daher ihr Name. Ein Beispiel im Deutschen ist *jemals*:

(69) a. **Manne hat jemals geflennt.*
b. *Es ist nicht wahr, dass Manne jemals geflennt hat.*

Ein klassisches NPI des Englischen ist der Determinator *any*, der so viel wie *some* heißt, aber in seiner Distribution ebenfalls beschränkt ist:

(70) a. **Lola noticed any policeman.*
b. *Lola didn't notice any policeman.*

Es gibt Dutzende von NPIs im Deutschen; die meisten davon haben idiomatischen Charakter:

(71) a. **Lola rührte einen Finger, um Manne zu helfen.*
b. *Es ist nicht wahr, dass Lola einen Finger rührte, um Manne zu helfen.*
c. Idiomatisch: *Lola rührte keinen Finger, um Manne zu helfen.*

(72) a. **Lola zuckte mit der Wimper, als sie von Mannes Notlage erfuhr.*
b. *Lola zuckete nicht mit der Wimper, als sie von Mannes Notlage erfuhr.*

### 2.6.2 NPIs in abwärtsimplizierenden Kontexten

Dass NPIs keine reguläre Negation brauchen, machen folgende Beispiele klar:

(73) a. **Jede Frau /* **Eine Frau ist jemals so gerannt.*
**Viele Frauen /* **Die meisten Frauen /* **Mehr als drei Frauen sind jemals so gerannt.*
b. *Keine Frau ist jemals so gerannt.*
*Wenige Frauen / Höchstens drei Frauen sind jemals so gerannt.*

Die Kontexte, in denen die NPI *jemals* hier auftritt, haben aber eine Eigenschaft mit Negationskontexten gemein: Es handelt sich um **abwärts-monotone Kontexte**. Wir haben diese Eigenschaft bei Quantoren wie *keine Frau, wenige Frauen* und *höchstens drei Frauen* oben diskutiert (vgl. 2.4.1); dass die Negation ebenfalls abwärts-monotone Kontexte erzeugt, wird durch Beispiele wie dem folgenden klar:

(74) *Lola ist nicht gerannt.* $\Rightarrow$ *Lola ist nicht schnell gerannt.*

Wir haben gesehen, dass auch die Nomenargumente mancher Quantoren abwärtsimplizierend sind, und erwarten daher, dass NPIs dort ebenfalls grammatisch sind. Dies ist tatsächlich der Fall:

(75) a. **Eine* [*Frau, die jemals so gerannt ist,*] *traut sich alles zu.*
b. *Jede* [*Frau, die jemals so gerannt ist,* ] *traut sich alles zu.*

Die Generalisierung, dass NPIs auf abwärts-monotone Kontexte beschränkt sind, wurde von Ladusaw (1979) aufgestellt. Sie musste zwar auf verschiedene Weise modifiziert und verfeinert werden, hat sich aber insgesamt doch bewährt.